



پژوهشنامه‌ی علوم اقتصادی

علمی - پژوهشی

سال ششم، شماره‌ی ۱۲، نیمه‌ی دوم ۱۳۹۰

پیش بینی قیمت سهام با روش رگرسیون فازی

محمد حسن قلی زاده*

قاسم وحید پور**

تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۹/۱۷

تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۷/۲۷

چکیده

در پیش بینی قیمت سهام، روش های گوناگونی به کار رفته است، اما هیچ کدام از آن ها نمی تواند، به تمام متغیرهای شرکت کننده در برآورد مدل قیمت سهام و اثر هر یک از آن ها و حل خطای مدل بپردازد. اکثر حوزه های پیش بینی در روش های کلاسیکی، چون^۱ ARIMA و روش های نوینی، چون شبکه های عصبی برای قیمت سهام قرار دارند. در این پژوهش به روشی دست یافته شده که حاصل ادغام رگرسیون معمولی و رگرسیون فازی به همراه بهینه سازی و نافازی سازی پارامترها با الگوریتم ژنتیک می باشد. در پایان دو روش رگرسیون معمولی و رگرسیون فازی نافازی شده با الگوریتم ژنتیک با هم مقایسه می شود.

واژه های کلیدی: الگوریتم ژنتیک، رگرسیون فازی، رگرسیون معمولی، ضرایب

فازی

طبقه بندی JEL: G17 ، E37 ، C33

* استادیار دانشگاه گیلان

** کارشناس ارشد دانشگاه گیلان

مقدمه

پیش بینی قیمت های سهام به عنوان یک از کاربرهای چالش بر انگیز پیش بینی با سری های زمانی است. البته بیشترین مدل های مورد استفاده برای پیش بینی قیمت سهام از مدل های سری زمانی نوین بوده است. اخیراً، شبکه های عصبی مصنوعی^۱ برای حل مسایل پیش بینی قیمت سهام به کار برده شده است. کیمو تو^۲ و اسا کاوا^۳ شبکه های عصبی سلولی را برای پیش بینی زمان بندی خرید و فروش مبادلات سهام توکیو به کار بردند. کامیجو^۴ و تانیگوا^۵ یک تکنیک شناخت الگو برای پیش بینی قیمت سهام در معاوضات سهام توکیو، توسعه دادند. یون و سوالز^۶ شبکه ی عصبی چهار لایه ای برای پیش بینی قیمت سهام در ایالات متحده آمریکا ارائه دادند. باب^۷ و کوازاکی^۸ شبکه ی عصبی پس انتشار ترکیبی با تکنیک بهینه سازی تصادفی برای پیش بینی بازار سهام در ژاپن ارائه کردند. چیونگ و همکاران روش یادگیری رقابتی جریمه ای با رقیب توافقی و مدل تخمینی خطی ترکیبی برای پیش بینی هم سهم شانگهای و هم دلار آمریکا به نرخ ارز داستش مارک^۹ مارک^۹ آلمان به کار گرفتند. تاکاهاشی^{۱۰} و همکاران شبکه عصبی پیشنهاد کردند که از یک فن رگرسیون خطی چند گانه برای پیش بینی قیمت سهام ساخته شود. دادند (وو و تسنگ^{۱۱}، ۲۰۰۲: ۳۳-۳۴). کیم^{۱۲} و چان^{۱۳} یک شبکه ی احتمالی منظم شده ای به همراه مدل خروجی چند مقداری برای پیش بینی شاخص بازار سهام توسعه دادند. کریستا^{۱۴} و اکاموتو^{۱۵} روشی به کار بردند که قیاس ریاضی از تابع انرژی برای شبکه

-
- 1- Artificial Neural Network (ANN)
 - 2-Kimoto
 - 3-Asakawa
 - 4-Kamijo
 - 5-Tanigawa
 - 6-Swales
 - 7-Baba
 - 8-Kawazaki
 - 9- Deutsch Mark
 - 10-Takahashi
 - 11-Wu and Tseng
 - 12-Kim
 - 13-Chun
 - 14-Cristea
 - 15-Okamoto

های عصبی نسل گرادیانی لایپونو^۱ را در بر می گیرد. دونالدسون^۲ و کامسترا^۳ شبکه های پیش نگر چند نمایی با ترکیبات غیر خطی برای پیش بینی شاخص سهام S&P ۵۰۰ به کار برده اند. کیم و هان^۴ الگوریتم ژنتیک را برای تفکیک حالات در شبکه عصبی پس انتشار به کار بردند و در پیش بینی قیمت سهام به کار بردند (پای ولین^۵، ۲۰۰۵: ۴۹۷-۵۰۰). پای و لین از مدل ترکیبی ماشین های بردار حمایت^۶ و ARIMA برای پیش بینی قیمت سهام چند شرکت معتبر آمریکایی استفاده کرده است.

رگرسیون فازی توسط تاناکا و همکاران (۱۹۸۲) با استفاده از پارامتر های فازی برای مدل سازی سیستم هایی که با پدیده ابهام یا نادقیق بودن مواجهه اند، توسعه یافت. البته مدل تاناکا برای حل محیط فازی و اجتناب از خطای مدلسازی ارائه شده و این مدل به طور اساسی مدلی با تخمین فاصله سودمندی است که البته فاصله ی تخمین آن می تواند خیلی گسترده باشد (تاناکا^۷، ۱۹۸۲: ۹۰۳-۹۰۷). در ادامه ایشیبوچی^۸ (۱۹۹۲) به همراه تاناکا تحلیل رگرسیونی فاصله ای مبتنی بر شبکه ی عصبی پس انتشار ارائه دادند. روش آنان برای دستیابی مدل رگرسیونی فاصله ای غیر خطی، شناسایی حد بالایی و حد پایینی فاصله داده ها است (تاناکا و ایشیبوچی، ۱۹۹۲: ۲۶۰-۲۶۵). در سال ۱۹۹۲ واتادا به کاربرد رگرسیون فازی در تحلیل سری های زمانی فازی پی برد. همین طور سونگ^۹ و چایسوم^{۱۰} (۱۹۹۳) سری زمانی فازی را تعریف کردند و مدل سازی آن را به وسیله ی میانگین معادلات نسبی فازی و استدلال تقریبی فازی ارائه کردند. در ادامه هم چن^{۱۱} سری زمانی فازی مبتنی بر مفاهیم سونگ و چایسوم ارائه کرد. در سال ۱۹۹۹ هم تسنگ و همکاران مدل سازی

1- Lyapunov Gradient Descent .N.N

2-Donaldson

3-Kamstra

4-Han

5-Pai & Lin

6- Support Vector Machines(SVM)

7-Tanaka

8-Ishibuchi

9-Song

10-Chissom

11-Chen

زمانی فصلی فازی را برای پیش بینی ارزش تولید ارائه کردند (تسنگ و لین، ۱۹۹۹ : ۲۶۳-۲۶۴).

محققان دیگری چون مسکوویچ و کیم^۱ (۱۹۹۳) تلاششان را برای بهبود قدرت کاربرد رگرسیون فازی اختصاص دادند. در این مسیر، آنان روابط میان مقدار H (H-value)، شکل تابع عضویت و گستره ی پارامترهای فازی را در مدل رگرسیون خطی فازی مطالعه کردند. هم چنین نگرش منظمی برای ارزیابی مقادیر پارامتر H ارائه دادند (مسکوویچ و کیم، ۱۹۹۳ : ۳۱۳-۳۲۰). کیم و همکاران (۱۹۹۶) و کیم و چن (۱۹۹۷)، مقایسه ای بین رگرسیون خطی ناپارامتریک و فازی ایجاد کردند و نتیجه گرفتند که اندازه ی مجموعه ی داده ها کوچک باشد، دوره های خطا تنوع کمتری دارد (کیم و چن، ۱۹۹۷ : ۴۱۵-۴۱۹). اخیراً یانگ^۲ و کو^۳ (۱۹۹۷) یک فازی خوشه واری در دو روش رگرسیون فازی وزن دار دو مرحله ای و رگرسیون فازی تعمیم یافته تک مرحله ای ارائه کردند (لی و چن، ۲۰۰۱ : ۲۰۵-۲۰۶). محققانی چون وو و تسنگ، چن و همکاران و لین و تسنگ، به ترتیب از رگرسیون فازی برای پیش بینی چرخه ی تجاری تولید (وو و تسنگ، ۲۰۰۲ : ۳۳-۴۲)، پیش بینی قیمت و فروش محصول در صنعت نیمه هادی (چن و وانگ^۴، ۱۹۹۹ : ۳۳۹-۳۵۱) و پیش بینی ورشکستگی شرکت ها در انگلستان به کار گرفته شد (تسنگ و لین، ۲۰۰۵ : ۸۵-۹۱).

در بررسی دیگر حجازی و همکارانش به ارائه ی مدلی ترکیبی از دو روش پیش بینی یعنی مدل رگرسیون فازی و شبکه ی عصبی مصنوعی پرداخته و توانسته اند نقایص دو مدل را با هم ترکیب کنند و به نتایج بهتری دست یابند و مسایلی چون نیاز به میزان زیادی از داده ها در شبکه ی عصبی را با رگرسیون فازی که برای وضعیت داده های ناقص مناسب است حل کنند. و از این روش در پیش بینی قیمت طلا و نرخ ارز استفاده برده اند (خاشعی، حجازی و بیجاری، ۲۰۰۰ : ۲۳-۲۶).

از آن جا که در بازار سهام ابهام در تعیین قیمت واقعی و همین طور خطای حاصل از مدل رگرسیون وجود دارد سعی در ارائه ی مدلی است که با استفاده از آن، قیمت

1-Moskowitz and Kim

2-Yang

3-Ko

4-Chen and Wang

سهام پیش بینی شود. در روش مورد نظر، ما با بهینه سازی و یافتن ضرایب مدل رگرسیون فازی و سپس نافازی سازی آن با الگوریتم ژنتیک با استفاده از ضرایب مرکزی ناشی از برآورد رگرسیون معمولی به پیش بینی قیمت سهام پرداخته ایم.

در رگرسیون فازی برای یافتن ضرایب فازی (در روش های مثل روش تاناکا) به دنبال بهینه سازی با روش های مثل برنامه ریزی خطی هستیم. این روش ها در ابعاد و داده های بالا و غیر خطی شرایط سختی خواهند داشت. اما در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک استفاده شد که به محدودیت های آن بهتر جواب داده است. مسأله ارائه ی مدل رگرسیون فازی است که هم پیش بینی خوبی انجام دهد و هم مدل علی برای مسأله تهیه شود. البته مدل قبلاً با داده های گرفته شده در زمینه ی کشاورزی با مجموعه ۲۵ مشاهده انجام پذیرفت که نتیجه ی آن با روش استفاده شده در مقاله مقایسه شد. نتایج حاکی از آن بود که مدل دارای درجه ی ابهام پذیری بهتری نسبت به روش قبل بوده است و معیارها بهبود بهتری یافته اند.

متغیرها، داده ها و روش پژوهش

با مطالعات انجام شده بر روی مقالات و پایان نامه ها و سایر منابع، ۱۱ متغیر ورودی مدل انتخاب شده که بر قیمت سهام اثر گذاشته و بتواند روند و مقادیر تغییرات آن را تبیین کند و همین طور رابطه و همبستگی بین آن ها معنی دار گرداند. سعی شده است متغیرها بر اساس جریان تعیین قیمت سهام مدل کران به همراه تحلیل بنیادی و عوامل مؤثر بر قیمت و بازده سهام و ارتباط بین ریسک و بازده با قیمت و عوامل گذار بر آن ارائه شود. در این پژوهش با مطالعات از منابع گذشته در زمینه ی عوامل مؤثر بر قیمت سهام و تئوری های ارزش گذاری سهام و تحلیل متغیرها با رگرسیون معمولی به متغیرهای نهایی برای هر شرکت رسیده ایم. تشکیل مدل نهایی با استفاده از رگرسیون اولیه که از مجموعه ای از متغیرهای اولیه به وجود آمده است. با ارائه ی آزمون علیت گرانجر^۱ متغیرهایی که با متغیر وابسته در ارتباط هستند، ثابت می شود و سپس با انجام آزمون حذف متغیر اضافی^۲ در نرم افزاری Eviews به متغیرهایی که در مدل های نهایی مدل مؤثرند، دست یافته شد.

1- Granger causality test

2- Redundant variable test

داده های پژوهش از شرکت های تولیدی بورس در گروه صنایع کانی غیرفلزی شامل دو شرکت شیشه و گاز با نماد کگاز و شرکت چینی ایران با نماد کچینی است، که در دوره ی ۵ ساله از فروردین سال ۱۳۷۹ تا اسفند سال ۱۳۸۳ برآورد و سپس برای سال ۱۳۸۴ پیش بینی صورت گرفته است. متغیر های اولیه برای برآورد با روش رگرسیون معمولی برای مدل شرکت کگاز به ترتیب شامل قیمت بر عایدی هر سهم (P/E)، بازده کل دارایی، لگاریتم شاخص قیمت مصرف کننده (CPI) و قیمت نفت می باشند و برای مدل شرکت کچینی شامل P/E، بازده نقدی سهام و قیمت، مجموع دارایی ها، لگاریتم شاخص قیمت مصرف کننده و قیمت نفت می باشند، که متغیر وابسته در هر دو قیمت سهام است. داده های همه ی متغیرهای شرکت کننده در مدل پیش بینی به صورت ماهانه می باشند که در مدل نهایی وقفه هایی هم، برای برخی متغیر ها و از جمله متغیر وابسته در نظر گرفته شده است.

روش مورد استفاده بدین صورت است که ابتدا با روش رگرسیون معمولی برآوردی انجام و خطاها ثبت می شود سپس با استفاده از ضرایب رگرسیون معمولی به جای حدّ مرکزی روش فازی آن به برآورد پهنای فازی با روش الگوریتم ژنتیک پرداخته شد و در مرحله ی بعد برای به دست آوردن نتایج قطعی بهتر نسبت به رگرسیون معمولی از الگوریتم ژنتیک برای نافازی سازی استفاده شده و نتایج آن با روش معمولی مقایسه شد.

مجموعه های فازی و اعداد فازی

فرض کنید X یک مجموعه ی مرجع دلخواه باشد. هر زیر مجموعه ی معمولی A از X توسط یک تابع از x به مجموعه $\{0 و 1\}$ ، به نام تابع نشانگر، تعریف می شود که عبارت است از:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \quad \text{اگر} \\ 0 & x \notin A \quad \text{اگر} \end{cases} \quad [1]$$

حال اگر برد تابع نشانگر از مجموعه ی دو عضوی $\{0 و 1\}$ به بازه ی $[0 و 1]$ توسعه داده شود، یک می آید که به هر عضو از x ، عددی را از بازه ی $[0 و 1]$ نسبت می دهد

و تابع عضویت مجموعه ی \tilde{A} نامیده می شود و با نماد، $\mu_{\tilde{A}}(x)$ نشان داده می شود. در این حالت \tilde{A} تعمیمی از مفهوم مجموعه ی معمولی است و یک مجموعه ی فازی از x نامیده می شود.

بدین ترتیب، یک مجموعه ی فازی، مجموعه ای است که درجات عضویت اعضای آن پیوسته از بازه ی $[0 و ۱]$ اختیار می شود. تابع عضویت $\mu_{\tilde{A}}(x)$ (با به طور خلاصه $\tilde{A}(x)$)، به هر عنصر از X ، یک عدد را از بازه ی $[0 و ۱]$ به عنوان درجه ی عضویت آن عنصر در مجموعه ی فازی \tilde{A} نسبت می دهد. نزدیکی مقدار $\tilde{A}(x)$ به عدد یک نشان دهنده ی تعلق بیش تر x به مجموعه ی فازی \tilde{A} است و برعکس نزدیکی آن به صفر نشان دهنده ی تعلق کمتر x به \tilde{A} است.

مجموعه های فازی خاصی که در مسایل کاربردی بسیار متداول هستند، و به علاوه محاسبات ریاضی با آن ها از الگوهای خاصی پیروی می کند، اعداد فازی مثلثی نام دارند. تابع عضویت یک عدد فازی مثلثی (\tilde{A}) به صورت زیر است:

$$\tilde{A}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq S^L & \text{اگر} \\ \frac{x-S^L}{c-S^L} & S^L \leq x \leq C & \text{اگر} \\ \frac{S^R-x}{S^R-c} & C \leq x \leq S^R & \text{اگر} \\ 0 & S^R \leq x & \text{اگر} \end{cases} \quad [۲]$$

عدد فازی مثلثی \tilde{A} با نماد $\tilde{A} = (C, S^L, S^R)$ نشان داده می شود. عدد C مقدار میانی، و اعداد S^L و S^R به ترتیب، پهنای چپ و پهنای راست \tilde{A} نامیده می شوند. در حالتی که $S^L = S^R$ ، عدد فازی مثلثی \tilde{A} متقارن گفته می شود (امینی و خیاطی، ۱۳۸۵: ۷۷-۸۰).

الگوریتم ژنتیک

الگوریتم های ژنتیکی الگوریتم های جستجو هستند که از اصول حاکم بر ژنتیک طبیعی برای حل مسایل بهینه سازی استفاده می کنند. الگوریتم ژنتیک اولیه توسط

هالند در سال ۱۹۷۵ پیشنهاد شد و بعدها توسط گلد برگ^۱، میکالوویچ^۲ و دیگران تکامل پیدا کرد. الگوریتم ژنتیک در آغاز کار به یک جمعیت آغازین نیاز دارد. این الگوریتم با تغییر ژنتیک کروموزوم های این جمعیت آغازین آن را طوری تکامل می بخشد که با ایجاد نسل های نوین، رفته رفته پاسخ پرسش بهگزینی را بیابد.

هر الگوریتم بهینه سازی کارا باید دو رویه را برای پیدا کردن پیشینه ی نهایی استفاده کند: استخراج با بررسی نواحی مشخص و جدید در فضای جستجو و اکتشاف در نقطه های معلوم به منظور یافتن بهترین نقطه ی این دو رویه ملزوم متناقض هستند و الگوریتم خوب باید یک توازن مناسبی بین این دو ایجاد کند. اغلب تحقیقات الگوریتم ژنتیک متداول در ناحیه ی بهینه سازی تابع عددی تمرکز یافته است. الگوریتم های ژنتیک نشان داده اند که قادر به انجام تکنیک های بهینه سازی مرسوم در توابع سخت، نا پیوسته، چند شرطی و نویزدار هستند. این مشخصات نمونه داده های بازار هست و این تکنیک مناسب برای اهداف مدلسازی بازار و تخصیص دارایی هستند.

نافازی سازی رگرسیون فازی با الگوریتم ژنتیک

با توجه به نتایجی که از رگرسیون آماری به دست خواهد آمد و اثبات رابطه بین متغیرهای مورد مطالعه می توان در پژوهش حاضر از رگرسیون خطی با ضرایب فازی به منظور مدل بندی تابع عوامل مؤثر بر قیمت سهام استفاده شود.

در مدل رگرسیون با ضرایب فازی، فرض بر آن است که اختلاف بین مقادیر مشاهده شده مربوط به متغیر وابسته و مقادیر برآورد شده توسط مدل ناشی از ابهام در ساختار مدل می باشد. این ابهام در ضرایب مدل که اعداد فازی هستند، منظور می شود. بدین ترتیب در این نوع مدل رگرسیون خطی، هدف آن است که بر پایه ی مجموعه ی مشاهدات $(y_m, \underline{x}_m), \dots, (y_1, \underline{x}_1)$ و ضرایب (اعداد) فازی $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n$ طوری به دست آید که:

-
- 1-Goldberg
 - 2-Michalewicz
 - 3- Election
 - 4- Crossover
 - 5- Mutation

$$\tilde{y} = f(\underline{x}) = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_1 + \dots + \tilde{A}_n X_n \quad [3]$$

یک مدل بهینه باشد، که در آن $i = 1, \dots, m$ ؛ $X_i = (x_{j1}, \dots, x_{jn})$ و x_{ij} مقدار مشاهده ی i ام از متغیر j ام است (محمدی و طاهری، ۱۳۸۴: ۵۰-۵۱).

اگر فرض گردد که ضرایب $\tilde{A}_i = (C_i, s_i)_T$ ؛ $i = 1, \dots, n$ اعداد فازی مثلثی متقارن باشد، آن گاه بر پایه ی تعریف و ویژگی های مربوط به جمع تفاضل و ضرب اسکالر اعداد فازی (۲)، \tilde{Y} یعنی خروجی مدل فازی نیز یک عدد فازی مثلثی و به صورت زیر خواهد بود (طاهری و علامت ساز، ۱۳۸۵: ۵۴-۵۵).

$$\begin{aligned} \tilde{Y} &= (f^c(\underline{x}), f_s(\underline{x}))_T \\ f^c(\underline{x}) &= C_0 + C_1 x_1 + \dots + C_n x_n \\ f_s(\underline{x}) &= s_0 + s_1 x_1 + \dots + s_n x_n \end{aligned} \quad [4]$$

بنابراین تابع عضویت خروجی \tilde{Y} را که یک عدد فازی مثلثی است، می توان به صورت زیر نوشت:

$$\tilde{Y}(y) = \begin{cases} 1 - \frac{y - f^c(\underline{x})}{f_s^L(\underline{x})} & f^c(\underline{x}) - f_s^L(\underline{x}) \leq y \leq f^c(\underline{x}) \\ 1 - \frac{f^c(\underline{x}) - y}{f_s^R(\underline{x})} & f^c(\underline{x}) \leq y \leq f^c(\underline{x}) + f_s^R(\underline{x}) \end{cases} \quad [5]$$

تعیین ضرایب فازی

در رگرسیون با ضرایب فازی (و مشاهدات غیر فازی)، هدف آن است که ضرایب \tilde{A}_i و $i = 1, \dots, n$ به گونه ای تعیین شود که :
اولاً ؛ خروجی فازی، \tilde{Y} برای تمامی مقادیر m ، $j = 1, \dots, m$ و y_j ، حداقل دارای درجه ی عضویتی به بزرگی h باشد:

$$\tilde{Y}(y_j) \geq h, \quad j = 1, \dots, m \quad [6]$$

ثانیاً؛ ابهام یا فازی بودن خروجی مدل در حداقل ممکن باشد.

شرط اول تضمین می کند که در مدل نهایی، مقدار عضویت y_i یعنی i امین مقدار مشاهده شده متغیر وابسته در برآورد فازی آن توسط مدل، $\tilde{Y}(y_i)$ ، حداقل به اندازه ی

h باشد. مقدار h توسط کاربر انتخاب می شود و می توان آن را به عنوان سطح اعتبار مدل تعبیر کرد. شرط دوم نیز بیان کننده ی این نکته است که ابهام در مقدار پیش بینی متغیر وابسته باید حداقل باشد. چون بر پایه ی هر مشاهده، یک خروجی از مدل خواهیم داشت، پس باید مجموع ابهام های خروجی ها را حداقل کنیم به بیان دیگر باید مقدار زیر حداقل شود:

$$z = m (s_0) + \sum_{i=1}^n \left[S_i \sum_{j=1}^m x_{ij} \right]$$

در مطالعه و پژوهش مورد نظر، بر اساس آنالیز حساسیت مدل بر پایه ی مقدار h و با توجه به مقادیر ابهام کل Z و شاخص اطمینان^۱ (IC) انجام می شود (وانگ و تسلور، ۲۰۰۰: ۳۵۲-۳۶۵).

با توجه به رابطه ی [۶] محدودیت های مدل به صورت زیر به دست می آیند:

$$(1-h)s_0 + (1-h) \sum_{i=1}^n (s_i x_{ji}) + C_0 + \sum_{i=1}^n (C_i x_{ji}) \geq y_j$$

$$(1-h)s_0 + (1-h) \sum_{i=1}^n (s_i x_{ji}) - C_0 - \sum_{i=1}^n (C_i x_{ji}) \geq -y_j \quad [۷]$$

(j = 1, , m)

با توجه به رابطه ی [۷] مشخص می شود که برای هر مشاهده دو محدودیت ایجاد می شود. پس مسأله ی یافتن ضرایب فازی مدل، معادله با حداقل سازی تابع هدف Z با توجه به ۲m محدودیت تولید شده توسط m مشاهده است. بدین ترتیب با یک مسأله ی برنامه ریزی خطی روبه رو هستیم که به روش های مختلف از جمله سیمپلکس قابل حل است (محمدی و طاهری، ۱۳۸۴: ۵۳-۵۴).

اما در این پژوهش با توجه به ازدیاد یافتن مشاهدات در مدل های اقتصادی سنجی و متغیرهای فراوان در آن با رویکرد پیش بینی با رگرسیون فازی و از طرفی با محدودیت های برابر ۲m (برای m مشاهده) مدل دارای محدودیت های فراوانی برای حل خواهد شد. مثلاً برای ۶۰ مشاهده در این تحقیق معادل ۱۲۰ محدودیت خواهیم داشت که در این جا گزینه ی بهینه سازی با روش الگوریتم ژنتیک می تواند کارا باشد که فقط تابع هدف را مد نظر قرار می دهد و مسأله را بهینه و قابل قبول می کنند.

1- Index of confidence

ارزیابی مدل

یکی از معیارهای ارزیابی مدل های رگرسیون خطی با ضریب فازی بر پایه ی شاخص اطمینان (IC) است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$IC = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad [۸]$$

که در آن SSE , SST به ترتیب مجموع مجذورات خطا و مجموع مجذورات کل رگرسیون فازی است (وانگ و تساور، ۲۰۰۰ : ۳۶۰-۳۶۲).

$$SSE = \sum_{i=1}^m (y_j - \hat{y}_i^c)^2$$

$$SST = \sum_{i=1}^m (y_j - \hat{y}_j^L)^2 + \sum_{i=1}^m (\hat{y}_j^R - y_j)^2 \quad [۹]$$

انتخاب مدل بهینه

در رگرسیون خطی با ضرایب فازی، مدل های مختلف با ضرایب کشیدگی متفاوت را می توان مورد توجه قرار داد و در نهایت مدلی را که دارای IC کوچک تر باشد، به عنوان مدل بهینه انتخاب کرد. البته در این زمینه باید یک سطح اعتبار مناسب را نیز در نظر گرفت (محمدی و طاهری، ۱۳۸۴: ۵۵).

در این بخش لازم است که ضرایب مرکزی بهبود یابد. چون ابهام فازی در حالت متقارن تأثیری فوق العاده بر مرکز عددی نمی گذارد و تغییر سطح h هم تأثیری بر مقدار میانی (مرکز ضرایب) ندارد و تنها پهناهای اعداد فازی (ضرایب مدل) را تغییر می دهد (همان: ۵۹). پس لازم است، دوباره روشی به کار برد که مقدار میانی را بهبود دهد. همان طور که می دانیم ضرایب مدل در واقع شیب مدل را تبیین می کند و پهنای فازی در واقع معادل خطای استاندارد درمدل معمولی می باشد. با وجود این می توان تابعی به نام تابع خطا تعریف نمود که شامل مجموعه ی قدر مطلق خطای مدل باشد به طوری که میزان محدودیت های حاصل از پهنای فازی را نقض نکند.

$$\text{Min } Z_e = \sum_{j=1}^n |Y_j - (C_0 + \sum_{i=1}^m C_i X_{ji})|$$

$$(1 - h)s_0 + (1 - h) \sum_{i=1}^n (s_i x_{ji}) + C_0 + \sum_{i=1}^n (C_i x_{ji}) \geq y_j \quad [۱۰]$$

$$(1 - h)s_0 + (1 - h) \sum_{i=1}^n (s_i x_{ji}) - C_0 - \sum_{i=1}^n (C_i x_{ji}) \geq -y_j$$

با توجه به تابع بالا و با در نظر گرفتن سطح پهنای فازی مناسب با IC خوب به کمینه کردن آن پرداخته و این روش را هم با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام می دهیم تا ضرایب مرکزی بهتری نسبت به مدل فازی قبلی که حاصل از رگرسیون معمولی بود، به دست آید. پس از یافتن مدل رگرسیون فازی نافازی شده با الگوریتم ژنتیک به برآورد خطای حاصل از این مدل می پردازیم و نتایج آن را با نتایج حاصل از رگرسیون معمولی مقایسه می کنیم.

نتایج تجربی

نمونه ها ی پژوهش از بازار بورس ایران در گروه صنایع کانی غیر فلزی است. این گروه مجموعه ای از شرکت های کاشی، سرامیک، فراورده های نسوز و سیمان را به طور عمده شامل می شود. شرکت های نمونه از این گروه بر حسب فعالیت و سابقه ی در بورس برای پیش بینی انتخاب شده اند.

در روش مورد نظر پژوهش، ابتدا برآوردی با رگرسیون معمولی انجام شده که نتایج آن در جدول شماره ی یک آمده است. سپس برآوردی با رگرسیون فازی انجام می شود و در نهایت دو روش با هم مقایسه می شوند.

جدول شماره ی یک - نتایج برآورد با روش رگرسیون معمولی

شرکت	معادلات برآوردی
کگاز	$Y = 0.8795 Y_{(-1)} + 80.117 X_5 - 69.425 X_{5(-1)} + 127.3 X_9 - 107.73 X_{9(-1)} + 24.08 X_{16} - 4.36 X_{14} - 0.064 d_2 Y_{(-4)}$
کچینی	$Y = 0.744 Y_{(-1)} + 40.773 X_5 - 36.018 X_{5(-1)} + 0.136 X_7 - 0.0782 X_8 + 687.007 X_{16} - 4.88 X_{14} - 0.449 d_2 Y_{(-4)}$

$Y =$ قیمت سهام هر شرکت ، $Y_{(-1)} =$ وقفه ی اول قیمت سهام ، $X_5 = P/E$ ، بازده نقدی سهام و قیمت $X_7 =$ ، وقفه ی اول قیمت بر عایدی سهام $X_{5(-1)} =$ ، بازده کل دارایی $X_9 =$ ، مجموع دارایی ها $X_8 =$ ، وقفه ی اول بازده نقدی سهام و قیمت $X_{7(-1)} =$ ، $X_{16} =$ (log CPI) لگاریتم CPI ، وقفه ی اول بازده مجموع دارایی ها $X_{9(-1)} =$ ، ها

وقفه ی چهارم تفاضل مرتبه ی دوم قیمت سهام = $d_2 Y_{(-4)}$ ، قیمت نفت = X_{14}

در رگرسیون فازی معمولاً، پارامترها با برنامه ریزی خطی و غیر خطی تعیین می شود، اما در این روش برآورد با الگوریتم ژنتیک صورت می گیرد. در این پژوهش با توجه به ازدیاد یافتن مشاهدات در مدل های اقتصادی سنجی و متغیرهای فراوان در آن با رویکرد پیش بینی با رگرسیون فازی و از طرفی با محدودیت های برابر $2m$ (برای m مشاهده) مدل دارای محدودیت های فراوانی برای حل خواهد شد. مثلاً برای ۶۰ مشاهده در این تحقیق معادل ۱۲۰ محدودیت خواهیم داشت که در این جا گزینه ی بهینه سازی با روش الگوریتم ژنتیک می تواند کارا باشد که فقط تابع هدف را مد نظر قرار می دهد و مسأله را بهینه و قابل قبول می کند. از طرفی دیگر می تواند برای مدل های غیر خطی و ناپیوسته رگرسیون فازی نامتقارن و متقارن کارا باشد.

باید توجه داشت در ابتدای کار از ضرایب رگرسیون فازی به عنوان مرکز نمونه عددی (مقدار میانی) و از چند برابر مقدار خطای استاندارد ضرایب در رگرسیون معمولی به عنوان محدوده ی جستجوی الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. تمامی برآوردها برای پهنای فازی در قالب دو جدول زیر مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول شماره ی دو - نتایج تجزیه و تحلیل حساسیت برای تابع قیمت سهام
شرکت کگاز

ضرایب مدل مقدار مرکز عدد فازی (ضرایب رگرسیون معمولی)											
$Y = 0/8795 Y_{(-1)} + 80/117 X_5 - 69/425 X_{5(-1)} + 127/3 X_9 - 107/73 X_{9(-1)} + 24/08 X_{16} - 4/36 X_{14} - 0/064 d_2 Y_{(-4)}$											
ضرایب مدل مقدار مرکز عدد فازی (ضرایب رگرسیون معمولی)											
انجام کل مدل (Z)	IC	S ₀	S _{d2Y (-4)}	S _{X16}	S _{X14}	S _{X9 (-1)}	S _{X9}	S _{X5 (-1)}	S _{X5}	S _{Y(-1)}	سطح اعتبار (h)
۸۳۳۷۶/۵۹	۰/۸۸۶۲۰	۳۵/۰۰	۰	۰/۰	۲۸/۰۸	۴/۴۰۷	۰	۱۰/۷۳	۷/۹۵	۰	۰
۹۳۳۵۲/۴	۰/۹۱۱۹۳	۳۷/۱۵	۰	۰/۰	۳۵/۲۰	۵/۱۱۲	۰	۱۱/۲۷	۸/۵۰	۰	۰/۱
۱۰۴۹۰۴/۳۴	۰/۹۲۵۵۴	۴۴/۳۴	۰	۰/۰	۴۱/۱۹	۵/۶۶۴	۰	۱۱/۷۱	۸/۱۴	۰	۰/۲
۱۲۰۷۰۵/۹۵	۰/۹۴۰۳۹	۴۵/۱۶	۰	۰/۰	۴۹/۹۶	۵/۸۸۷	۰	۱۱/۹۵	۸/۵۲	۰	۰/۳
۱۴۸۰۲۰/۳۲	۰/۹۵۷۷۲	۴۶/۰۰	۰	۳/۱۸۳	۶۴/۱۷	۶/۵۳۲	۰	۱۲/۴۵	۹/۴۰	۰	۰/۴
۱۶۸۰۶۱/۴	۰/۹۶۷۵۶	۴۸/۶۶	۰	۸/۶۲۷	۷۰/۹۹	۸/۸۳۱	۰	۱۵/۱۹	۱۰/۳۲	۰	۰/۵
۲۰۸۹۵۰/۶	۰/۹۷۸۱۶	۴۸/۹۰	۰	۴۷/۸۱	۸۳/۶۹	۹/۵۰۰	۰	۱۶/۶۴	۱۳/۱۷	۰	۰/۶
۲۸۰۹۹۷/۹۷	۰/۹۸۷۷۰	۷۵/۸۵	۰	۵۱/۰۷	۱۱۴/۴	۹/۵۷۵	۰	۲۰/۸۰	۲۰/۸۲	۰	۰/۷
۵۳۰۲۷۸/۶۸	۰/۹۹۶۱۷	۱۷۱/۵	۰	۵۸/۹۰	۲۴۷/۹	۱۸/۶۳	۰	۲۸/۶۹	۲۱/۲۵	۰	۰/۸
۸۵۱۳۷۸/۵۳	۰/۹۹۸۷۰	۱۴۴/۵	۰	۸۴/۴۰	۳۵۲/۲	۳۸/۰۸	۰	۶۷/۱۳	۶۷/۹۳	۰	۰/۹

Sxi=پهنای فازی

Y=قیمت سهام

پیش بینی قیمت سهام با روش رگرسیون فازی ... ۱۲۱

جدول شماره ی سه - نتایج تجزیه و تحلیل حساسیت برای تابع قیمت سهام شرکت کچینی

ضرایب مدل مقدار مرکز عدد فازی (ضرایب رگرسیون معمولی)											
$Y = 0.0744 Y_{(-1)} + 4.0773 X_5 - 36.018 X_{5(-1)} + 0.136 X_7 - 0.00782 X_8 + 687.007 X_{16} - 4.88 X_{14} - 0.0449 d_2 Y_{(-4)}$											
ضرایب مدل مقدار مرکز عدد فازی (ضرایب رگرسیون معمولی)											
اندام کل مدل (Z)	IC	S ₀	S _{2Y(-4)}	S _{X16}	S _{X14}	S _{X8}	S _{X7}	S _{X5(-1)}	S _{X5}	S _{Y(-1)}	سطح اعتبار (th)
۲۲۶۰۵۶/۴۵	۰/۹۷۶۴۷۷	۰	۰	۰	۱۳۴/۸۸۴	۹/۹۸E-۰۸	۰	۰	۰	۰	۰
۲۵۱۲۶۵/۴۷	۰/۹۸۰۸۷۴	۰	۰	۰	۱۴۹/۹۲۱	۵/۳۵E-۰۷	۰	۰	۰	۰	۰/۱
۲۸۱۱۳۱/۱۹	۰/۹۸۴۶۶۲	۰	۰	۰	۱۶۷/۷۳۴	۱/۱۰E-۰۶	۰	۰	۰	۰	۰/۲
۳۲۵۷۲۸/۸۳	۰/۹۸۸۵۲۹	۰	۰	۰	۱۹۴/۳۲۵	۲/۶۰E-۰۶	۰	۰	۰	۰	۰/۳
۳۸۶۶۹۰/۲۹	۰/۹۹۴۰۱۶	۰	۰	۰	۲۳۰/۳۶۳	۲/۸۴E-۰۵	۰	۰	۰	۰	۰/۴
۴۵۳۵۶۲/۳۷	۰/۹۹۴۸۳	۰	۰	۰	۲۶۸/۶۷۴	۰/۰۰۰۱۵	۰	۰	۰	۰	۰/۵
۵۷۹۷۴۷/۵۵	۰/۹۹۶۱۶۶	۰	۰	۰	۳۳۵/۹۳۰	۰/۰۰۰۲	۰	۰	۰	۰	۰/۶
۷۳۶۳۴۵/۹۴	۰/۹۹۷۵۸۲	۰	۰	۰	۴۰۵/۴۷۷	۰/۰۰۲۵۹	۰	۰	۰	۰	۰/۷
۱۰۹۵۰۵۴/۲	۰/۹۹۸۸۳	۰	۰	۰	۵۵۳/۲۹۷	۰/۰۰۷۶۵	۰	۰	۰	۰	۰/۸
۲۰۱۸۷۲۰/۹	۰/۹۹۹۵۱۳	۰	۰	۰	۵۸۷/۰۱۰	۰/۰۴۷۱۹۰	۰	۰	۰	۰	۰/۹

Sxi=پهنای فازی
Y=قیمت سهام

در جداول مورد نظر تجزیه و تحلیل حساسیت، بعضی متغیرها دارای پهنای ابهام زیادی هستند که حتی ضریب متغیر حد پایین رگرسیون فازی را منفی نشان می دهد. شاید بعضی

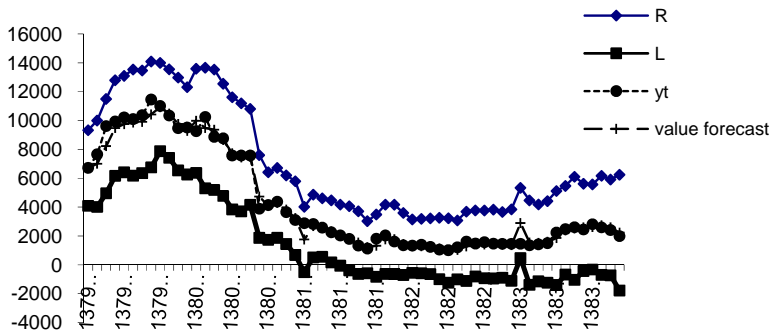
از این متغیرها دارای اثرات متناوبی در طول زمان باشند که گاه درحالت ضریب مثبت در مدل وارد می شوند و گاه به صورت ضریب منفی. این حاکی از ابهام پارامترها درمدل های رگرسیونی است که می شود در این باره بررسی بیش تری در پژوهش دیگری انجام شود. در نتیجه تمامی ابهام کل مدل و IC مقادیر بالایی را به دلیل پهنای فازی بالا دارا می باشند که این مورد ناهمسانی پهنای فازی را در فازیت مدل قیمت سهام بیان می کند. این مسأله اقتضا می کند مسایلی باحالت نامتقارن را در پژوهش های آتی مدنظر قرار دهند. دراین گام، با توجه به شاخص اطمینان و ابهام کل مدل به انتخاب سطح اعتباری خاص برای ورودی مرحله اقدام می شود. در دو نمونه شاخص اطمینان ها تا حدودی نزدیک به هم می باشند و می توان گفت پهنای فازی در سطح اعتبار بین ۰/۵ تا ۰/۷ بتواند تمام کنش ها و تغییرات قیمت سهام را مورد پوشش قرار دهد. از میان این سطوح اعتبار برای هر نمونه سطح اعتباری به صورت جدول شماره ی چهار انتخاب شده است.

جدول شماره ی چهار - مدل های انتخابی با توجه به سطح اعتبار مناسب

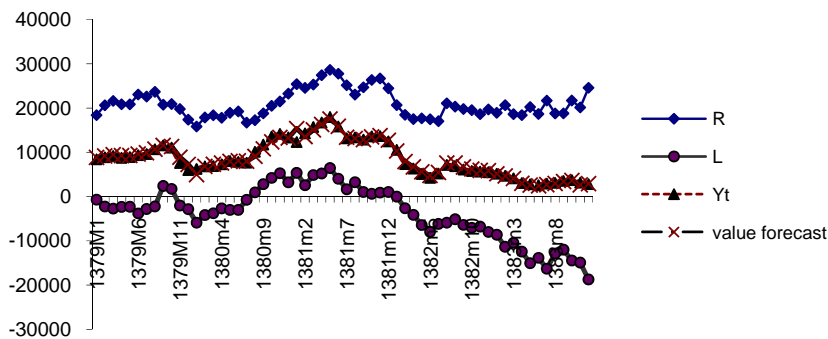
مدل شرکت	مدل انتخابی (مقدار میانی ، پهنای فازی)	سطح اعتبار (h)
کگاز	$Y = (\frac{48}{664}, 0) + (0, \frac{0}{8795}) Y_{(-1)} + (\frac{10}{3170}, \frac{80}{1117}) X_5 + (\frac{15}{1880}, -\frac{69}{425}) X_{5(-1)} + (0, \frac{127}{3}) X_9 + (\frac{8}{831}, -\frac{107}{73}) X_{9(-1)} + (\frac{8}{627}, \frac{24}{08}) X_{16} + (\frac{70}{992}, -\frac{4}{36}) X_{14} + (0, -\frac{0}{0064}) d_2 Y_{(-4)}$	۰/۵
کچینی	$Y = (0, 0) + (0, \frac{0}{744}) Y_{(-1)} + (0, \frac{407}{73}) X_5 + (\frac{0}{0}, -\frac{360}{18}) X_{5(-1)} + (\frac{2}{60-3}, \frac{0}{136}) X_7 + (\frac{405}{48}, -\frac{0}{00782}) X_8 + (\frac{0}{0}, \frac{687}{007}) X_{16} + (0, -\frac{4}{88}) X_{14} + (0, -\frac{0}{0449}) d_2 Y_{(-4)}$	۰/۷

نمودارهای مربوط به این دو تابع درادامه بیان شده که در سه حدّ بالا ، میانی و پایینی به همراه قیمت سهام نمایش داده شده است.

، قیمت واقعی سهام = yt ، مقدار پایین فازی = L، مقدار بالای فازی = R (مقدار میانی پیش بینی = value forecast)



شکل شماره ی یک - نمودار فازی قیمت سهام شرکت کگاز



شکل شماره ی سه - نمودار فازی قیمت سهام شرکت کچینی

حال با توجه به این سطح اعتباری که برای هر نمونه تعیین شده است به دنبال مقدار مرکزی بهینه تری می گردیم. این مقدار مطمئناً در بین ابهام حاصل از تغییر شیب پارامترهای رگرسیون در اثر فازیت مدل قرار دارد که با استفاده از الگوریتم ژنتیک با تابع کمینه خطای مدل تحت قیود قبلی برای تعیین پارامترهای فازی با مقدار پهنای فازی مشخص انجام می پذیرد. این بهینه سازی هم تحت قیود قبلی برای تعیین پارامترهای فازی با مقدار پهنای فازی مشخص انجام می پذیرد. این بهینه سازی هم تحت همان شرایط قبلی الگوریتم ژنتیک با نرم افزار مطلب انجام می گیرد. نتایج حاصل از این قدم در جدول شماره ی پنج آمده است که تحت عنوان ضرایب حاصل از رگرسیون تطبیق داده شده با الگوریتم ژنتیک بیان شده است.

جدول شماره ی پنج - مدل های رگرسیون نافازی شده با الگوریتم ژنتیک

سطح اعتبار (h)	مدل انتخابی (مقدار میانی ، پهنای فازی)	مدل شرکت
۰/۵	$Yd = ۰/۵۹ X_{5(-1)} - ۰/۷۶ X_5 + ۰/۸۷۹۵ Y_{(-1)} + ۰/۱۱۱/۶۶ X_{9(-1)} - ۰/۱۲۷/۳ X_9 + ۰/۱۷/۷۵۳ X_{16} - ۰/۴/۶۳۹ X_{14} + ۰/۰/۰۶۴ d_2 Y_{(-4)}$	کگاز
۰/۷	$Yd = ۰ + ۰/۷۴۴ Y_{(-1)} + ۰/۴۰۷/۷۳ X_5 - ۰/۳۶۰/۱۸ X_{5(-1)} + ۰/۱۳۶۳۲ X_7 - ۰/۰/۰۰۹۹۱ X_8 + ۰/۶۸۷/۰۰۷ X_{16} + ۰/۱۱/۶۹۰ X_{14} - ۰/۰/۰۴۴۹ d_2 Y_{(-4)}$	کچینی

همان طور که در جدول شماره ی شش ضرایب محاسبه شده آورده شده است، در آن مقادیر نسبت به مقادیر قبلی تغییر یافته حتی در متغیر X_{14} مدل تابع قیمت سهام شرکت کچینی از مقدار منفی به مثبت تغییر شیب داده است. در ادامه این مطلب خطاهای حاصل از این برآورد به طور خلاصه آورده شده است.

جدول شماره ی شش - معیار عملکرد معادلات برآوردی با مدل های رگرسیون تطبیق یافته با الگوریتم ژنتیک

شرکت ها	MSE	RMSE	MAE
کگاز (Yd)	۴۷۱۲	۶۸,۶۵	۴۵,۶۴
کچینی (Yd)	۱۱۴۴۹,۱۴	۱۰۷,۰۰	۷۰,۹۲

نتیجه گیری

نتایج حاصل از به کارگیری این روش با روش رگرسیون معمولی نشان می دهد که خطا به طور قابل ملاحظه ای کاهش یافته است و نتایج خطای دو روش در جدول شماره ی هفت آورده شده است.

جدول شماره ی هفت - معیارهای ارزیابی عملکرد برای دو روش مورد نظر

روش	نام شرکت	MSE	RMSE	MAE
رگرسیون معمولی	گگاز	۱۱۰۲۹/۹	۱۰۵/۰۲۳۳	۸۵/۳۱۲۴
	کچینی	۳۱۵۹۱/۰۶	۱۷۷/۷۴	۱۳۴/۳۹
رگرسیون شده با الگوریتم ژنتیک نافیازی	گگاز	۴۷۱۲	۶۷/۶۵	۴۵/۶۴
	کچینی	۱۱۴۴۹/۱۴	۱۰۷/۰۰	۷۰/۹۲

دردو نمونه ی مورد بررسی از شرکت های بورس اوراق بهادار تهران می باشد، مورد تحلیل و تجزیه قرار گرفت و مقایسه ی پایانی حاکی از آن است که مدل بهبود یافته و به خطای کمتری نسبت به رگرسیون معمولی دست یافته و این فرض در هردو نمونه تحت سه معیار جوابی نسبتاً خوب ارایه داده است تا حدی که خطای حاصل راتقریباً به نصف کاهش داده است.

بنابراین، یافته های این تحقیق به شرح زیر است:

۱- استفاده از روش رگرسیون فازی با پهنای فازی مناسب تحت سطح اعتبار h مناسب قادر است تا نوسانات قیمت سهام را پوشش دهد و تصمیم گیرنده را از خطای پیش بینی و هزینه ی آن مصون نگه دارد و او را قادر به تحلیل و برنامه ریزی به صورت فازی می گرداند.

۲- از پهنای فازی در سطح اعتباری که فرد تصمیم می گیرد می توان خطای رگرسیون قطعی را با ارائه ی مدلی تلفیقی با الگوریتم ژنتیک بهبود داد و در نتیجه در مسایلی، با قطعیت بیشتر مورد استفاده قرار گیرد.

۳ - نقطه ی قوت این بررسی آن است که می توان از این روش برای تلفیق رگرسیون معمولی با رگرسیون فازی استفاده کرد و با کمک روش الگوریتم ژنتیک آن را

برای تمامی مسایل برآوردی با رگرسیون فازی به کار برد؛ حتی زمانی که داده های تحقیق در ابعاد بسیار بالا باشد این روش فوق العاده کم هزینه است و وقت کمتری نسبت به سایر روش ها می برد و برآورد نسبتاً بهتری انجام می شود.

منابع و مأخذ:

- Amini, Amirmozafar, Khayati, Mehdi (1385) «Effective factors on unsuccess of Constitution plan of water users cooperatives», *agriculture and development economy*, fourteenth years, number 53, Pp: 69-80.
- Chen, Toly, Mao-Jiuj, Wang(1999) «Forecasting method using fuzzy concepts», *Journal of Fuzzy sets and systems*, 105 , Pp: 339-352.
- Gen, Mitsuo, Runwei, Cheng(1997) *Genetic algorithm and engineering design*, A Wiley-Interscience publication, Newyork, NY.
- Ishibuchi. H, H. Tanaka(1992) «Fuzzy regression analysis using neural networks», *Journal of Fuzzy sets and systems* ,50, Pp: 261-265.
- Khashei, Mehdi, Seyed Reza, Hajazi, Mehdi, Bijari(2007) «A new hybrid artificial neural network and fuzzy regression model for time series forecasting», *Journal of Fuzzy sets and systems*, Pp: 22-27.
- Kim, K.J, H.R, Chen(1997) *A comparison of fuzzy and nonparametric linear regression*, Comput.Oper.Res 24.
- Lee, H-Tau, Sheu Hua, Chen(2001) «Fuzzy regression model with fuzzy input and out put data for manpower forecasting», *Journal of Fuzzy sets and systems*, 119, Pp: 205-213.
- Mohammadi, Jahangard, Taheri, Seyyed Mahmood(1384) «Fitting Pedo transfer functions using fuzzy regression», *Sciences and Technology Agriculture and Natural Resources*, ninth years, second copy, Pp: 50-82.
- Moskowitch, H, K.J, Kim(1993) «On assessing the H-value in fuzzy linear regression», *Journal of fuzzy sets and systems*, 58, 1993, Pp: 313-320.
- Pai, P- feng, C- Cheng, Lin(2005) «A hybrid ARIMA and Support Vector Machines model in stock price forecasting», *The Journal of Omega* 33, Pp: 497-500.

- Taheri, S.M, Alamatsaz, S.M (1385) «linear regression whit fuzzy coefficients», *Article collection of sixth statistics conference of Iran*, Tarbiat modares university, First copy, Pp: 319-334.
- Tanaka.H, H. Ishibuchi (1992) *Possibilistic regression analysis based on linear programming*, in: J. Kacprzyk, M.Fedrizzi (Eds), *Fuzzy regression analysis*, Omintech press, Warsaw -and physica-verlag, Heidelberg, Pp: 260-265.
- Tanaka.H, S. Uejima, K. Asai(1982) «Linear regression analysis with fuzzy model, IEEE, Systems, Trans», *Systems Man Cybernet*. SMC2, Pp: 903-907.
- Tseng, Fang- mei, Lin, Lin(2005) «A quadratic interval logit model for forecasting bankruptcy», *The journal Omega*, 33, Pp: 84-91.
- Wang, H.f, Rc, Tsaor(2000) «Insight of a fuzzy regression model», *Journal of Fuzzy sets and systems*, 12, Pp: 471-475.
- Wang. L, L. Zhang, H. Itoh, H. Seki(1995) «A fuzzy regression method based on genetic -algorithms», Proc. 3rd Int. *conf. Fuzzy logic, Neural nets and soft computing*, Lizuka, Pp: 352-365.
- Wu, Berlin, Neng-f, Tseng(2002) «A new approach to fuzzy regression models with application to business cycle analysis», *Journal of Fuzzy sets and systems*, 13, Pp: 33-42.