



پژوهشنامه‌ی اقتصاد کلان

علمی - پژوهشی

سال هفتم، شماره‌ی ۱۳، نیمه‌ی اول ۱۳۹۱

تخمین تولید بالقوه^۱ و شکاف تولید^۲ با تأکید بر رهیافت های فیلترینگ با کاربردی برای اقتصاد ایران

(۱۳۸۶:۴-۱۳۶۷:۱)

کامبیز هژبر کیانی*

علیرضا مرادی**

تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۸/۲۲

تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۴/۱۹

چکیده

مقاله‌ی حاضر به بررسی رهیافت های متفاوت برای تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید با تأکید بر رهیافت های فیلترینگ سری های زمانی می پردازد. اهمیت اندازه گیری تولید بالقوه و شکاف تولید از آن جا حائز اهمیت است که از این مفاهیم در حوزه ی رشد پایدار غیر تورمی استفاده می شود، و به اقتصاددانان و سیاست گذاران اقتصادی این امکان را می دهد که سیاست های کلان اقتصادی را مورد ارزیابی قرار دهند. این ابزار به سیاست گذاران القا می کند که باید سیاست های تقاضای کل در چه شرایطی انبساطی و یا انقباضی باشد. مقاله ی حاضر در پایان نتایج روش های مختلف تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید را برای داده های فصلی ایران ارائه می کند و نشان می دهد که روش های مختلف به شکل گیری نتایج متفاوت می انجامد. در بین روش های مطرح شده در این مقاله، دو روش فیلتر هدریک - پرسکات و فیلتر روتمبرگ که رهیافت های ناپارامتری هستند و روش فضای حالت و فیلتر کالمن که رهیافتی پارامتری است بر سایر روش ها ترجیح داده می شود.

واژه های کلیدی: تولید بالقوه، شکاف تولید، تجزیه ی بوریچ- نلسن، فیلتر روتمبرگ

طبقه بندی JEL: E32, E17, C22, C14

1- Potential Output

2- Output Gap

* نویسنده مسئول - استاد گروه اقتصاد دانشگاه شهید بهشتی

** عضو هیأت علمی گروه اقتصاد دانشگاه آزاد اسلامی کرمانشاه و دانشجوی دکتری اقتصاد واحد علوم و تحقیقات

۱- مقدمه

طبق تعریف، شکاف تولید درصد تفاضل نسبی بین تولید ناخالص داخلی واقعی با میزان تولید بالقوه است. این متغیر برای سیاست گذاران و محققان ادوار تجاری از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است؛ زیرا مقادیر مثبت شکاف تولید به مثابه ی قرار داشتن اقتصاد در شرایط رونق و منفی بودن آن به مفهوم در رکود بودن و یا حداقل در شرایط کمتر استفاده کردن اقتصاد از منابع تولیدی است. محاسبه ی شکاف تولید مستلزم محاسبه ی تولید بالقوه ی اقتصاد است. مفهوم تولید بالقوه عبارت است از حداکثر میزان تولید کالا و خدماتی که اقتصاد بدون وجود هیچ فشار تورمی و ضد تورمی، قادر به تولید آن است.

آرتور اوکان در سال ۱۹۶۲ واژه ی تولید بالقوه را برای اولین بار مصطلح ساخت، که از نظر او تولید بالقوه به سطحی از تولید در اشتغال کامل و بدون فشارهای تورمی اطلاق می شود. از دیدگاه اوکان در یک اقتصاد بازاری تولید بالقوه ضرورتاً به مفهوم نرخ بی کاری بزرگ تر از صفر است. از این رو است که این تحلیل مستلزم نرخ بیکاری طبیعی تعادلی است که امروزه به «نرخ بیکاری بدون تورم شتابان (NAIRU)»^۱ مشهور است.

مفهوم تولید پایدار، سطحی از تولید است که عاری از فشارهای تورمی و ضد تورمی است. این مفهوم از «تولید بالقوه»، از «نرخ بیکاری بدون تورم شتابان (NAIRU)» در پژوهش های اقتصادی قدیمی تر است. بیش از یک قرن قبل ویکسل در سال ۱۸۹۸ در تحلیل نرخ بهره طبیعی از نسبت تولید به سطح تولید طبیعی به عنوان یک متغیر مهم که بر سطح قیمت مؤثر بوده یاد کرده است. گرچه ویکسل از واژه ی «تولید بالقوه» استفاده نکرده، از واژه ی «سطح تولید طبیعی» بهره جسته که به طور ضمنی همان مفهوم تولید بالقوه است. امروزه در اکثر کشورهای پیشرفته ی صنعتی از شکاف تولید به عنوان یک شاخص پیشرو برای پیش بینی تورم و هم چنین به عنوان یک متغیر مرتبط با سیاست های مالی، چون کسری بودجه ی ساختاری استفاده می شود.

1- Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment (NAIRU)

به طور کلی دو روش اساسی برای تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید وجود دارد «روش های روند زدایی آماری» و «تخمین روابط ساختاری». رهیافت نخست تلاش می کند که سری زمانی مورد نظر را به عناصر دائمی و نوسانی تجزیه کند این رهیافت می کوشد اثرات ساختاری و تأثیرات نوسانی را بر تولید مورد ارزیابی قرار دهد. رهیافت دوم مبتنی بر تئوری اقتصادی است و این در حالی است که رهیافت نخست یک روش آماری صرف است. این مقاله به بررسی روش های تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید برای اقتصاد ایران با استفاده از رهیافت اول می پردازد. این روش به رهیافت های گروه دوم شامل روش های تابع تولید، روند بین اوج های تعدیل شده^۱ روش نسبت تولید به سرمایه، روش اکون، روش روند واقعی، روش تقاضای معکوس عوامل تولید و خط روند بین اوج ها که در هژبر کیانی و بغزیان (۱۳۷۶) آمده است، نمی پردازد. بنابراین مجموعه روش های آماری بحث شده در این مقاله شامل رهیافت های نخست است، که عبارتند از:

- فیلتر هدریک – پرسکات^۲
- تجزیه ی بوریج – نلسن^۳ (تک متغیره و چند متغیره)
- باند – پس فیلتر (فیلتر باکستر و کینگ^۴ – فیلتر کریستیانو و فیتزجرالد^۵)
- الگوی عناصر غیر قابل مشاهده (الگوی فضای حالت و فیلتر کالمن)^۶
- فیلتر روتمبرگ^۷

۲- بررسی اجمالی مطالعات گذشته در ایران و سایر کشورها

تحقیقات تجربی اندکی در خصوص تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید در ایران صورت گرفته است. برخی از این تحقیقات گرچه تولید بالقوه یا شکاف تولید را برای اقتصاد ایران محاسبه کرده اند، هدف بررسی این مطالعات تولید بالقوه و شکاف تولید نبوده است. به عنوان مثال می توان به هژبر کیانی و بغزیان (۱۳۷۶) اشاره کرد که

1 - Modified Trend Trough Peaks

2 -Hodrick – Prescott Filter (HPF)

3 - Univariate Beveridge – Nelson Decomposition

4- Baxter & King Filter (BKF)

5- Christiano & Fitzgerald Filter (CFF)

6- Unobserved Component Models (State – Space Models and Kalman Filter).

7 -Rotemberg Filter

هدف مقاله برآورد موجودی سرمایه بخش های مختلف اقتصاد ایران بوده است؛ یا می توان به مقاله ی خالصی و صیامی نمینی (۱۳۸۱) اشاره کرد که هدف برآورد نرخ بیکاری همراه با تورم غیر شتابان و تولید بالقوه است. این مطالعات در تقسیم بندی فوق جزء مطالعات دسته ی دوم هستند. رضا نصر اصفهانی، اکبری و بیدرام (۱۳۸۴) نیز در مقاله ای به محاسبه ی شکاف تولید پرداخته اند. در این مقاله هدف بررسی تأثیر عوامل اسمی اقتصادی بر شکاف تولید است. لیکن نوآوری مقاله ی حاضر در تنوع تکنیک های تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید و مقایسه ی نتایج به دست آمده از روش های مختلف است.

مطالعات بسیار زیادی در زمینه ی محاسبه ی تولید بالقوه و شکاف تولید برای سایر کشورها صورت پذیرفته است که از این میان می توان مطالعه ی آرتاس^۱ (۱۹۹۷) برای کشورهای صنعتی، بارل و سفتن^۲ (۱۹۹۵) برای فرانسه و آلمان، آدامز، فنتون و لارسن^۳ (۱۹۸۷) برای کشورهای صنعتی، کو و کروگر^۴ (۱۹۹۰) برای کشورهای آسیای آسیای جنوب شرقی، شامل هنگ کنگ، سنگاپور، تایوان، مالزی، اندونزی و تایلند، گاوریلنکوف و کوئن^۵ (۱۹۹۵) برای کشورهای در حال گذار به سیستم بازار، IMF (۱۹۹۷) برای هفت کشور صنعتی شامل امریکا، کانادا، فرانسه، آلمان، ایتالیا، ژاپن، و پادشاهی بریتانیا را نام برد.

چون تولید بالقوه همان روند و شکاف تولید نسبت عناصر دورانی (سیکلی)^۶ به روند روند است، تعریف روند و تخمین آن به بروز سؤالاتی در حوزه ی نظری و تجربی منجر شده است. این موضوع نیز سبب شده تا روش های متنوعی از رهیافت های فیلترینگ ارائه شود. در این جا لازم است که اشاره شود منظور از شکاف تولید عبارت است از:

$$\text{شکاف تولید} = \left(\frac{y_t - \tau_t}{\tau_t} \right) \times 100$$

که در آن y_t = تولید بالفعل و τ_t = تولید بالقوه (روند) است.

-
- 1- Artus
 - 2- Barrell and Sefton
 - 3- Adams , fenton & Larsen
 - 4- Coe & Krueger
 - 5- Gavrilenkov & Koen
 - 6- Cyclical Components

۳- رهیافت های تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید

در ذیل به اجمال روش های تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید با توجه به رهیافت های فیلترینگ سری های زمانی ارائه خواهد شد .

۳-۱- فیلتر هدریک - پرسکات^۱ (HPF)

فیلتر هدریک-پرسکات روند زمانی غیر قابل مشاهده را برای متغیر سری زمانی ارائه کرده است. این فیلتر ابتدا برای تجزیه و تحلیل ادوار تجاری در سال ۱۹۸۰ ارائه شده، ولی در سال ۱۹۹۷ این فیلتر پس از ۱۷ سال تأخیر به انتشار در آمد. فرض کنید که یک سری زمانی قابل مشاهده (y_t) دلالت بر تولید حقیقی داشته باشد. فیلتر هدریک - پرسکات (y_t) را به یک روند زمانی (τ_t) و یک سری زمانی از عناصر دورانی پایا^۱ تجزیه می کند، به طوری که:

$$y_t = \tau_t + c_t$$

توجه شود که هم τ_t و هم c_t غیر قابل مشاهده هستند و از آن جایی که c_t یک فرآیند پایا است، می توان چنین در نظر گرفت که y_t از حاصل جمع τ_t با یک سری اغتشاش مانند c_t به دست می آید. از این رو مسأله ی اصلی استخراج τ_t از y_t است. فیلتر هدریک - پرسکات این مسأله را با اختصاص دادن اوزان مناسب برای سیگنال در مقابل روند خطی حل می کند. اجازه دهید که λ بر وزن دلالت داشته باشد. اگر $\lambda = 0$ باشد، آن گاه $c_t = 0$ است و در این صورت $\tau_t = y_t$ می گردد. اگر فرض کنیم که λ بسیار بزرگ بوده به طوری که $\lambda \rightarrow \infty$ ، در این وضعیت τ_t به تخمین روش حداقل مربعات نزدیک می شود.

صورت مسأله در طراحی فیلتر هدریک - پرسکات عبارت است از:

$$Min_{\{\tau_t\}_{t=1}^T} : \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2$$

1 -Stationary
2 -Process

نقطه ی قوت این فیلتر انعطاف پذیری آن و ضعف آن حساسیت نتایج نسبت به ضریب λ است. برای بحث دقیق تر در این خصوص هاروی و جایگر (۱۹۹۳) را ببینید.

۲-۳- تجزیه ی تک متغیره ی بوریج - نلسن^۲

بوریج و نلسن (۱۹۸۱) یک روش تجزیه برای سری های زمانی حقیقی به عناصر دائمی و گذرا ارائه کردند. در زیر روش بوریج- نلسن را برای حالت تک متغیره تشریح می کنیم.

یک الگوی $ARIMA(p,1,q)$ ^۱ را در نظر بگیرید. تفاضل مرتبه ی اول هر فرایند تصادفی را می توان به صورت یک نمایش میانگین متحرک با بی نهایت جمله نوشت:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = a_0 + \varepsilon_t + \beta_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \cdot \varepsilon_{t-2} + \dots$$

اگر معادل $a_0 + \varepsilon_t + \beta_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \cdot \varepsilon_{t-2} + \dots$ را با e_t نمایش دهیم، بنابراین می توان y_{t+s} را به صورت ذیل نوشت.

$$y_{t+s} = y_t + a_0 \cdot s + \sum_{i=1}^s e_{t-i}$$

گام بعدی بیان دنباله ی (e_t) بر حسب مقادیر متفاوت دنباله ی (ε_t) است. در حالت عمومی می توان چنین نوشت:

$$\sum_{i=1}^s e_{t+i} = \sum_{i=1}^s \varepsilon_{t+i} + \beta_1 \cdot \sum_{i=2}^s \varepsilon_{t-1+i} + \beta_2 \cdot \sum_{i=1}^s \varepsilon_{t-2+i} + \beta_3 \cdot \sum_{i=1}^s \varepsilon_{t-3+i} + \dots$$

از آن جایی که $E_t(\varepsilon_{t+i}) = 0$ است، تابع پیش بینی را می توان به صورت ذیل در نظر گرفت:

$$E_t(y_{t+s}) = y_t + a_0 \cdot s + \left(\sum_{i=1}^s \beta_i\right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{s+1} \beta_i\right) \varepsilon_{t-1} + \left(\sum_{i=3}^{s+2} \beta_i\right) \varepsilon_{t-2} + \dots$$

حال برای یافتن روند تصادفی، مقادیر حدی پیش بینی $E_t(y_{t+s} - a_0 \cdot s)$ برای مقادیر بسیار بزرگ s عبارت است از:

$$\text{روند تصادفی} = y_t + a_0 \cdot s + \left(\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i\right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{\infty} \beta_i\right) \varepsilon_{t-1} + \left(\sum_{i=3}^{\infty} \beta_i\right) \varepsilon_{t-2} + \dots$$

کلید عملیات تجزیه ی بوریج - نلسن تشخیص این است که می توان y_{t+s} را چنین نوشت:

$$y_{t+s} = \Delta y_{t+s} + \Delta y_{t+s-1} + \Delta y_{t+s-2} + \dots + \Delta y_{t+1} + y_t$$

این رابطه بیان می دارد که روند را می توان به صورت مقدار جاری y_t به علاوه مجموع تمامی تغییرات در پیش بینی در دنباله نوشت. به استثناء $a_0 \cdot s$ ، بخش تصادفی روند عبارت است از:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} E_t \{ (y_{t+s} - y_{t+s-1}) + (y_{t+s} - y_{t+s-2}) + \dots + (y_{t+2} - y_{t+1}) + (y_{t+1} - y_t) \} + y_t$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} E_t (\Delta y_{t+s} + \Delta y_{t+s-1} + \dots + \Delta y_{t+1}) + y_t$$

ویژگی مهم رابطه ی اخیر در روش باکس- جنکینز این است که امکان محاسبه ی $E_t(\Delta y_{t+s})$ را می دهد. برای هر مشاهده در مجموعه ی مورد بررسی می توان پیش بینی یک دوره ی آتی، دو دوره ی آتی، ... و s دوره ی آتی را محاسبه کرد. عناصر دورانی نیز عبارت است از:

$$y_t - \lim_{s \rightarrow \infty} (E_t y_{t+s} + a_0 \cdot s) = - \lim_{s \rightarrow \infty} E_t (\Delta y_{t+s} + \Delta y_{t+s-1} + \dots + \Delta y_{t+2} + \Delta y_{t+1}) - a_0 \cdot s$$

معمولاً در روش بوریج- نلسن s مقداری اختیاری است. در مقاله ی بوریج و نلسن مقدار $s = 100$ در نظر گرفته شده است. نقطه ی ضعف رهیافت بوریج- نلسن این است که از این رهیافت فقط می توان برای سری های زمانی جمع بسته از مرتبه ی یک $I(1)$ استفاده کرد. نکته ی مهم این روش، توانایی بالای آن در تشریح نوسانات اعوجاج^۲ گونه در سری زمانی است.

۳-۳- تجزیه ی چند متغیره بوریج - نلسن

تجزیه ی بوریج - نلسن ابتدا توسط بوریج و نلسن (۱۹۸۱) برای حالت تک متغیره گسترش یافت، و سپس توسط استاک و واتسن (۱۹۸۷) برای حالت k متغیره به کار گرفته شد. در این رهیافت سری های زمانی اقتصادی به صورت مجموع عناصر روند و عناصر دورانی غیر قابل مشاهده در می آیند.

1- Integrated of Order One , I(1)

2- Volatility

فرض کنید که y_t بر یک بردار n بعدی از متغیرهای $I(1)$ دلالت داشته باشد. در این صورت می توان تفاضل مرتبه ی اول این بردار را به صورت نمایش والد (Wald) نشان داد :

$$\Delta y_t = C(L)u_t$$

در این حالت $C(L)$ بر یک ماتریس چند جمله ای با خواص $\sum_{j=1}^{\infty} j|C_j| < \infty$ و $C(0) = I_n$ دلالت دارد و u_t نیز یک نوفه ی سفید چند متغیره است. با تعریف $C^*(L) = (1-L)^{-1}(C(L) - C(1))$ ⁵ این فرآیند را می توان به صورت ذیل باز نویسی کرد.

$$\Delta y_t = C(1)u_t + \Delta C^*(L)u_t$$

با انتگرال گیری (در حالت گسسته محاسبه ی مجموع) از طرفین می توان عناصر دورانی و روند را به دست آورد:

$$y_t = C(1)\sum_{s=0}^{\infty} u_{t-s} + C^*(L)u_t$$

$$y_t = \tau_t + c_t$$

در تجزیه ی بوریچ و نلسن سری روند زمانی ، حد پیش بینی سری زمانی در دامنه ای نامتناهی است. برای محاسبه ی تجزیه ی بوریچ- نلسن ابتدا باید بردار هم جمع بستگی^۳ متناظر با بردار y_t را توسط رهیافتی نظیر جوهانسن و جوسیلیوس (۱۹۹۵) مورد تخمین قرار داد ، در نهایت لازم است که بردار مکانسیم تصحیح خطا را محاسبه کرد.

۳-۴- باند- پس فیلتر^۱

در این بخش دو نوع باند- پس فیلتر با اسامی «فیلتر باکستر و کینگ» و «کریستیانو و فیتزجرالد» به اختصار مورد ارزیابی قرار می گیرد. باند- پس فیلتر یک فیلتر خطی متقارن است، به طوری که می توان یک سری زمانی y_t را به صورت یک سری زمانی دیگر مانند x_t تبدیل کرد، پس داریم:

$$x_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j \cdot y_{t-j} = \psi(L) \cdot y_t$$

که در این رابطه $\psi(L) = \sum_{-\infty}^{\infty} \psi_j \cdot L^j$ است، که در آن L عملگر وقفه است. به

طوری که $L^j \cdot y_t = y_{t-j}$. برای ساختن فیلتری که روند معین و عناصر دورانی تصادفی را تجزیه می کند، بایستی دو قید را بر $\psi(L)$ اعمال کرد. اول آن که مجموع اوزان فیلتر صفر است:

$$\sum_{-\infty}^{\infty} \psi_j = 0$$

و دوم این که فیلتر بایستی متقارن باشد، به طوری که داشته باشیم:

$$\psi_j = \psi_{-j}$$

برای ساختن یک باند-پس فیلتر بایستی متدلوژی تحلیل طیفی^۱ را به کار گرفت؛ از این رو فرض می شود که یک سری زمانی را می توان به صورت دو جزء تقسیم کرد. عناصر با فرکانس بالا که همان عناصر دورانی را تشکیل می دهد و عناصر با فرکانس پایین که روند معین یک سری زمانی را تشکیل می دهد. قاعدتاً هر سری زمانی را می توان به صورت یک معادله ی تصادفی نوشت. بر اساس قضیه ی فوریه^۲ هر تابع مشخصی را می توان به صورت مجموع بی نهایت توابع مثلثاتی سینوسی و کسینوسی نوشت:

$$f(\omega) = \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha_j \cdot \cos(\omega j) + \beta_j \cdot \sin(\omega j))$$

که $\omega = \frac{2\pi}{T}$ است. بر اساس رابطه ی اولر (Euler) داریم:

$$e^{\pm i\omega} = \cos(\omega) + i \sin(\omega)$$

که $i = \sqrt{-1}$ است. پس می توان معادله ی فوریه را چنین نوشت:

$$f(\omega) = \sum_0^{\infty} \frac{1}{2} (\alpha_j - i\beta_j) e^{i\omega j} + \sum_{j=-\infty}^0 \frac{1}{2} (\alpha_{-j} + i\beta_{-j}) e^{-i\omega j}$$

در این فرمول بندی ضرایب مختلط عبارت است از:

1 - Spectral Analysis

2 - Fourier Theorem

$$\psi_j = \begin{cases} \frac{1}{2}(\alpha_j - i\beta_j) & j > 0 \text{ for} \\ \frac{1}{2}(\alpha_{-j} + i\beta_{-j}) & j < 0 \text{ for} \end{cases}$$

چون معادله ی فوریه به شکل ذیل است:

$$f(\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j e^{i\omega j}$$

از این رو می توان باند- پس فیلتر را چنین در نظر گرفت:

$$\psi(L) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j \cdot L^j$$

تابع پاسخ فرکانس برای این فیلتر چنین است:

$$\psi(e^{i\omega}) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j \cdot e^{i\omega j}$$

که

$$\psi_j = \begin{cases} \frac{1}{2}(\alpha_j - i\beta_j) & \text{for } j \neq 0 \\ \alpha_0 & \text{for } j = 0 \end{cases}$$

به طور کلی دو نوع تقریب از باند- پس فیلتر وجود دارد. « فیلتر باکستر و کینگ» و « فیلتر کریستیانو و فیتزجرالد» که تفاوت این دو فیلتر در تعیین اوزان چند جمله ای $\psi(L)$ است. به طوری که در فیلتر باکستر و کینگ برای تعیین این اوزان رابطه ی ذیر حداقل می شود:

$$Q = \int_{-\pi}^{\pi} |\psi(e^{i\omega}) - \alpha(e^{i\omega})|^2 \cdot d\omega$$

ولی در تقریب کریستیانو و فیتزجرالد کینگ برای تعیین این اوزان رابطه ی زیر به حداقل می رسد:

$$Q = \int_{-\pi}^{\pi} |\psi(e^{i\omega}) - \beta(e^{i\omega})|^2 \cdot f(y) \cdot d\omega$$

تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید با تأکید بر رهیافت های ... ۱۵۳

یکی از نقاط ضعف این روش در حساس بودن نتایج نسبت به تعداد مشاهدات است. در ضمن محاسبه ی باند- پس فیلتر به از دست دادن تعدادی از مشاهدات ابتدایی و انتهایی می انجامد.

۳-۵- الگوی عناصر غیر قابل مشاهده (الگوی فضای حالت و فیلتر کالمن)
نمایش فضای حالت به طور عمومی برای تولید واقعی به عنوان یک فرآیند تصادفی پایا به صورت ذیل است:

$$\begin{aligned}y_t &= \tau_t + c_t \\ \tau_t &= \theta_0 + \theta(L)\tau_{t-1} + \varepsilon_t \\ c_t &= \phi_0 + \phi(L)c_{t-1} + \eta_t \\ \varepsilon_t &\sim i.i.d.N(0, \sigma_\varepsilon^2) \\ \eta_t &\sim i.i.d.N(0, \sigma_\eta^2)\end{aligned}$$

که $\theta(L), \phi(L)$ به ترتیب چند جمله ای هایی هستند که باید مراتب آن مشخص شود. به عنوان مثال برای یک وضعیتی که τ_t از یک فرآیند $AR(1)$ و c_t از یک فرآیند $AR(2)$ تبعیت کند، آن گاه در فرم فضای حالت داریم:

$$y_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_t \\ c_t \\ c_{t-1} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \tau_t \\ c_t \\ c_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \phi_0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_1 & \phi_2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{t-1} \\ c_{t-1} \\ c_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \\ 0 \end{bmatrix}$$

برای تخمین این دستگاه از معادلات باید از رویه ی تخمین عطفی فیلتر کالمن استفاده کرد.

۳-۶- فیلتر روتمبرگ

روتمبرگ (۱۹۹۸) سعی در معرفی یک فیلتر ناپارامتری مانند فیلتر هدریک- پرسکات دارد. روش ناپارامتری برای به دست آوردن روند تضمین می کند که تغییرات کوتاه مدت در نرخ رشد روند (تولید بالقوه) مؤثر نباشد و این اجزای دورانی هستند که

این تحولات را در بر می گیرد. روتمبرگ روش خود را نسبت به روش هدریک - پرسکات و رهیافت سیستمی VAR^۱ کامل تر می داند. او معتقد است که برای یک سری زمانی خاص ولی با در نظر داشتن نمونه های متفاوت از آن سری، روش هدریک - پرسکات برای روند زمانی نتایج متفاوتی را ارائه می کند و در رهیافت VAR (مانند روش چند متغیره ی نلسن - بوریچ) علاوه بر این که خود سری مورد بحث را بایستی وارد مدل کرد نیاز به وارد ساختن حداقل یک سری زمانی دیگر هست تا بتوان روش سیستمی VAR را اعمال کرد. در ضمن عملکرد فیلترینگ روش VAR برای تعیین روند برای متغیره های I(0) ضعیف است، این را روتمبرگ با ایجاد شبیه سازی داده های مصنوعی نشان می دهد.

در روش روتمبرگ، فرض کنید که می خواهیم یک سری زمانی y_t را با T مشاهده به روند τ_t و اجزای دورانی c_t تجزیه کنیم. برای این منظور او روند τ_t را از حداقل سازی رابطه ی ذیل به دست می آورد:

$$\sum_{k=0}^{T-1} [(\tau_t - \tau_{t-1}) - (\tau_{t-1} - \tau_{t-2})]^2 + \left(\frac{1}{\lambda}\right) \sum_{k=-1+k}^T [(y_t - \tau_t)(y_{t-k} - \tau_{t-k})] \text{ Min: } (1)$$

که پارامتر λ را بایستی به گونه ای انتخاب کرد که شرط ذیل صدق کند:

$$\sum_{t=k+v}^{T-k-v} (y_t - \tau_t)[(\tau_{t+v} - \tau_t)(\tau_t - \tau_{t-v})] = 0 \quad (2)$$

این رویه مستلزم انتخاب دو ثابت k, v است. در شرایطی که $k=0$ و $\lambda=1600$ باشد نتایج به دست آمده از فیلتر روتمبرگ با نتایج فیلتر هدریک - پرسکات برای داده های فصلی یکسان است.

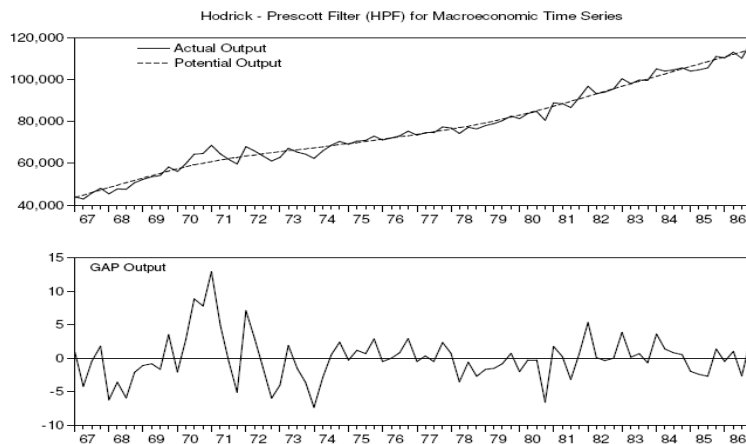
۴ - برآوردهای تولید بالقوه و شکاف تولید

برای به دست آوردن تخمین های تجربی تولید بالقوه و شکاف تولید از داده های تولید ناخالص داخلی فصلی به قیمت ثابت (۱۰۰=۱۳۷۶) در طی دوره ی (۱:۱۳۶۷ - ۴:۱۳۸۶) استفاده شده است. منابع داده ها بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران است.

۴-۱- فیلتر هدریک - پرسکات

نتایج اجرای فیلتر هدریک- پرسکات برای داده های تولید ناخالص داخلی فصلی در نمودار شماره ی یک به نمایش گذاشته شده است. محاسبات این بخش توسط نرم افزار *EViews* صورت گرفته است.

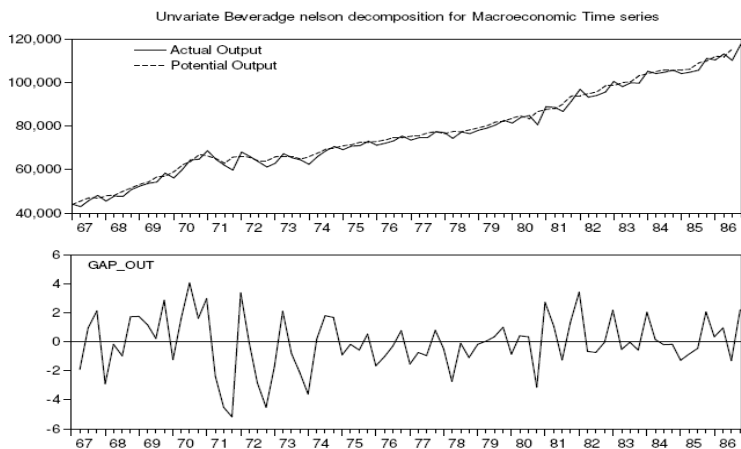
نمودار شماره ی یک - نتایج اجرای فیلتر هدریک- پرسکات برای داده های تولید ناخالص داخلی فصلی



۴-۲- تجزیه ی تک متغیره ی بوریج - نلسن

نتایج اجرای تجزیه ی تک متغیره بوریج - نلسن برای داده های تولید ناخالص داخلی فصلی در نمودار شماره ی دو به نمایش گذاشته شده است.

نمودار شماره ی دو - نتایج تجزیه ی تک متغیره ی بوریج- نلسن برای تولید ناخالص داخلی فصلی



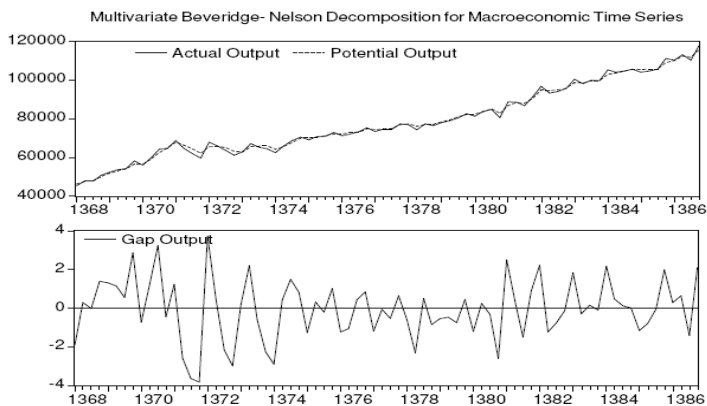
محاسبات این بخش توسط برنامه نویسی در نرم افزار *S-Plus* صورت گرفته است.

۴-۳- تجزیه ی چند متغیره ی بوریج-نلسن

نتایج اجرای تجزیه ی چند متغیره ی بوریج- نلسن برای داده های تولید ناخالص داخلی فصلی در نمودار شماره ی سه به نمایش گذاشته شده است.

نمودار شماره ی سه - نتایج تجزیه ی چند متغیره ی بوریج- نلسن برای تولید

ناخالص داخلی فصلی

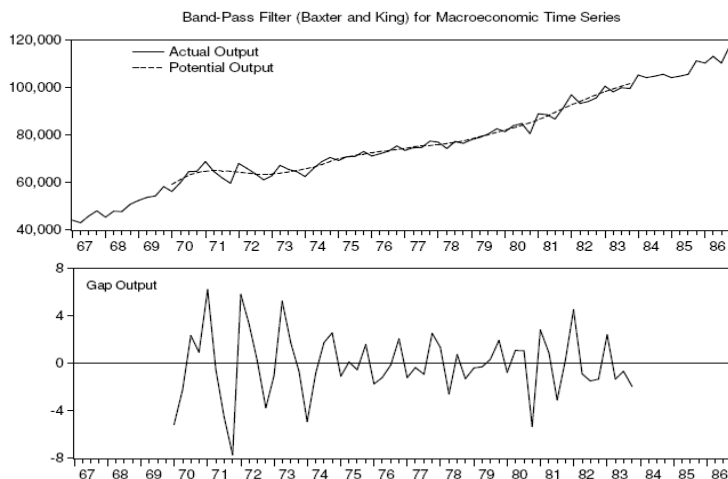


چون باید یک بردار هم جمع بستگی برای فیلترینگ وارد الگوی هم جمع بستگی مبتنی بر روش حداکثر راست نمایی جوهانسن - جوسیلیوس شود، همان طوری که متداول است و در سایر مطالعات صورت گرفته است، سری زمانی فصلی مصرف بخش خصوص به قیمت ثابت سال ۱۳۷۶ به همراه تولید ناخالص داخلی وارد مدل VAR هم جمع بستگی شده است. محاسبات این بخش با برنامه نویسی در نرم افزار *EViews* صورت گرفته است.

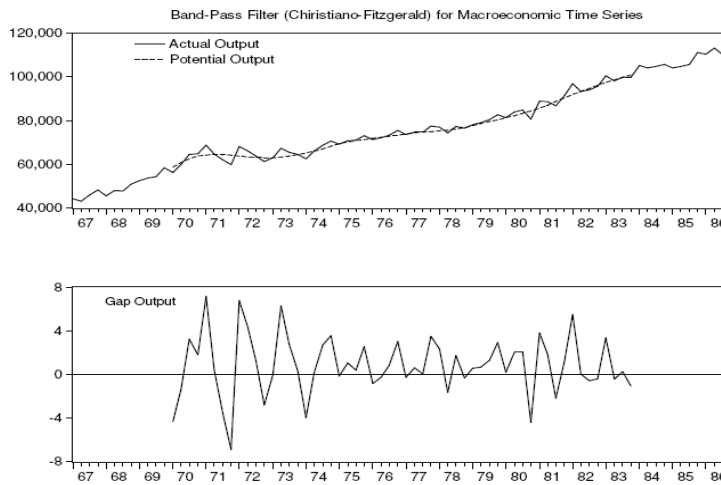
۴-۴- باندها - پس فیلتر

نتایج اجرای دو نوع باندها - پس فیلتر تحت عناوین «فیلتر باکستر و کینگ» و « کریستیانو و فیتزجرالد » برای داده های تولید ناخالص داخلی فصلی در نمودارهای شماره چهار و پنج به نمایش گذاشته شده است. محاسبات این بخش توسط نرم افزار *EViews* (نسخه ۵/۱) صورت گرفته است. همان طوری که از نمودارهای شماره ۴ و پنج پیداست تعدادی از مشاهدات ابتدایی و انتهایی نمونه به علت ماهیت شیوه ی فیلترینگ، حذف شده اند.

نمودار شماره ۴ - نتایج اجرای فیلتر باکستر و کینگ برای داده های تولید ناخالص داخلی فصلی



نمودار شماره ی پنج - نتایج اجرای فیلتر کریستیانو و فیتزجرالد برای داده های تولید ناخالص داخلی فصلی



۴-۵- الگوی عناصر غیر قابل مشاهده (الگوی فضای حالت و فیلتر کالمن)

نتایج اجرای الگوی فضای- حالت و فیلتر کالمن برای داده های تولید ناخالص داخلی فصلی در نمودار شماره ی شش به نمایش گذاشته شده است. برای این منظور ابتدا براساس آزمون تعمیم یافته ی دیکی و فولر^۱ (ADF) نشان داده شده که سری زمانی تولید ناخالص داخلی جمع بسته از مرتبه ی $I(1)$ بوده و دارای ریشه واحد است.

جدول شماره ی یک - آزمون ریشه ی واحد دیکی- فولر تعمیم یافته برای

GDP

آماره ی T محاسباتی	مقادیر بحرانی ADF	(با وجود عرض از مبدأ و جمله ی ثابت)
-۰/۷۲۴۶۹۵	-۴/۰۸۳۳۵۵	مقدار بحرانی آماره ی ADF در سطح ۱ درصد
	-۳/۴۷۰۰۳۲	مقدار بحرانی آماره ی ADF در سطح ۵ درصد
	-۳/۱۶۱۹۸۲	مقدار بحرانی آماره ی ADF در سطح ۱۰ درصد

1-Augmented Dickey-Fuller Test

تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید با تأکید بر رهیافت های ... ۱۵۹

با توجه به نتایج آزمون ریش d واحد فوق، برای برقراری شرط پایایی بایستی یک بار از سری زمانی تولید ناخالص داخلی تفاضل گیری کنیم، حال با استفاده از معیارهای اطلاعاتی آکاییک (AIC) و شوارتز بیزین (SBC) برای سری زمانی تفاضل مرتبه ی اول تولید ناخالص داخلی نوع ساختار الگوی $ARMA(p, q)$ را مشخص می کنیم.

جدول شماره ی دو - گزینش تصریح مناسب الگوی $ARMA$ برای تفاضل

مرتبه ی اول تولید ناخالص داخلی

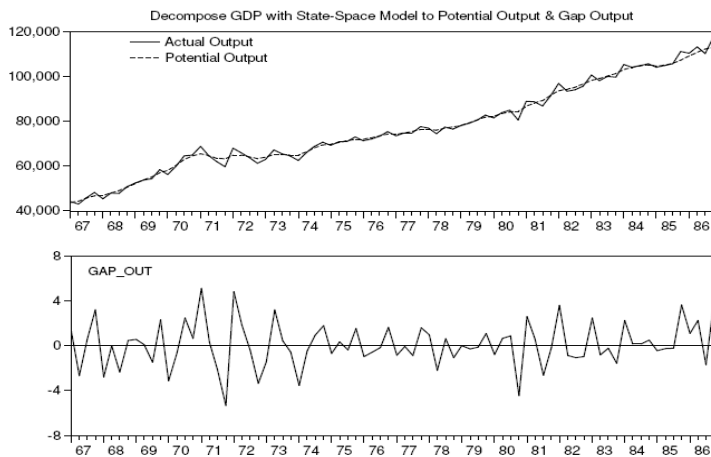
الگوی $ARMA$	AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(4)	MA(1)	MA(2)	AIC	SBC
۱	*						18.73895	18.77082
۲					*		18.72242	18.73501
۳	*				*		18.76357	18.82731
۴	*	*					18.76145	18.82569
۵	*	*			*		18.78731	18.88367
۶	*	*			*	*	18.60950	18.73798
۷	*	*	*				18.79182	18.88896
۸		*	*				18.80216	18.86692
۹			*	*			18.72653	18.79181

بر اساس جدول شماره ی دو و بر مبنای معیارهای اطلاعاتی آکاییک (AIC) و شوارتز بیزین (SBC) و ملاک هنان و کوپین (HQ) مناسب ترین مدل، الگوی شماره ی هشت است. پس این الگو را که صرفاً دارای جملات $AR(2)$ و $AR(3)$ به همراه عرض از مبدأ است وارد فرم فضای- حالت کرده، با بهره گیری از نرم افزار $STAMP$ ¹ تخمین زده ایم. آماره های آزمون دلالت بر معنادار بودن ضرایب دارد.

1-Structural Time series Analyzer, Modeler and Predictor (STAMP)

نمودار شماره ی شش نتایج اجرای الگوی فضای- حالت و فیلتر کالمن برای داده های تولید ناخالص داخلی فصلی را به همراه اجزای تولید بالقوه و شکاف تولید را نشان می دهد.

نمودار شماره ی شش- نتایج اجرای الگوی فضای- حالت و فیلتر کالمن برای داده های تولید ناخالص داخلی فصلی

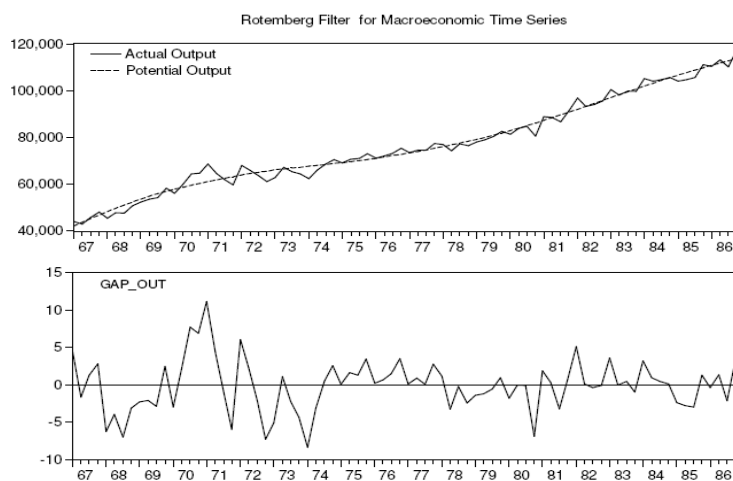


۴-۶- فیلتر روتمبرگ

با در نظر گرفتن $k=6$ و $v=2$ برای داده های فصلی ایران و با بهره گیری از نرم افزار *MATLAB* مطابق نمودار شماره ی هفت تولید بالقوه و شکاف تولید را محاسبه کرده ایم. نتایج برای داده های فصلی ایران پس از ۵۰ بار تکرار همگرا شده و مقدار بهینه ی $\lambda = 296.5056$ است. لازم به ذکر است که اشاره کنیم، دلیل گزینش $k=6$ و $v=2$ ، کوچک شدن ملاک RMSE است.

تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید با تأکید بر رهیافت های ۱۶۱

نمودار شماره ی هفت - نتایج اجرای فیلتر روتنبرگ برای داده های تولید ناخالص داخلی فصلی



۵- خلاصه و جمع بندی

در این مقاله ۷ نوع رهیافت متفاوت فیلترینگ به طور اجمالی معرفی و برای محاسبه ی تولید بالقوه و شکاف تولید در اقتصاد ایران مورد استفاده قرار گرفت. جدول شماره ی سه شکاف تولید را برای فیلترهای متفاوت نشان می دهد.

جدول شماره ی سه - شکاف تولید محاسبه شده توسط رهیافت های مختلف

فیلترینگ

زمان	شکاف تولید به دست آمده از رهیافت های فیلترینگ های مختلف (بر حسب درصدی از تولید ناخالص داخلی)						
	هدریک پرسکات	پوریج نلسن تک متغیره	پوریج نلسن چند متغیره	باکستر کینگ	گریستیانو و فینزجرالد	فضای حالت	روتنبرگ
1367Q1	0.889	-1.920				1.300	4.345
1367Q2	-4.246	-1.920				-2.660	-1.706
1367Q3	-0.536	0.962				0.596	1.257
1367Q4	1.772	2.140				3.214	2.754
1368Q1	-6.252	-2.898	-1.890			-2.805	-6.287

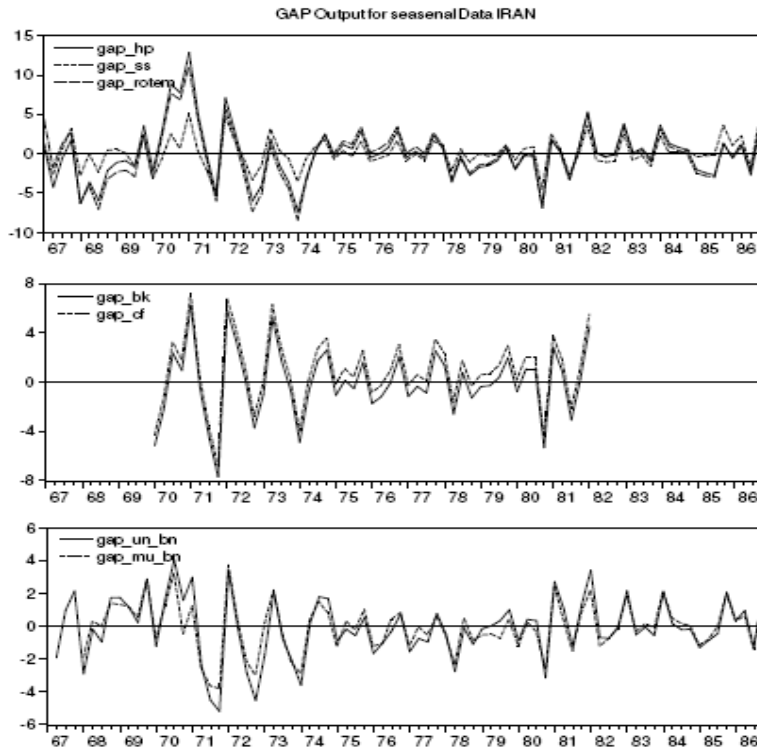
1368Q2	-3.623	-0.182	0.285			-0.001	-3.980
1368Q3	-5.939	-0.965	-0.014			-2.352	-7.021
1368Q4	-2.116	1.729	1.397			0.468	-3.173
1369Q1	-1.118	1.757	1.324			0.576	-2.326
1369Q2	-0.857	1.167	1.158			0.093	-2.117
1369Q3	-1.686	0.227	0.563			-1.464	-2.919
1369Q4	3.528	2.860	2.861			2.315	2.403
1370Q1	-2.081	-1.240	-0.725	-5.195	-4.341	-3.130	-3.001
1370Q2	2.764	1.634	1.220	-2.213	-1.348	-0.630	2.030
1370Q3	8.868	4.049	3.244	2.349	3.244	2.484	7.662
1370Q4	7.770	1.602	-0.448	0.927	1.804	0.645	6.822
1371Q1	12.907	2.986	1.246	6.236	7.160	5.108	11.108
1371Q2	4.916	-2.384	-2.579	-0.509	0.365	0.325	4.329
1371Q3	-0.449	-4.518	-3.648	-4.479	-3.627	-2.132	-0.894
1371Q4	-5.128	-5.198	-3.824	-7.738	-6.900	-5.340	-5.981
1372Q1	7.081	3.380	3.727	5.811	6.790	4.829	5.996
1372Q2	3.040	-0.014	0.476	3.338	4.312	1.840	2.211
1372Q3	-1.309	-2.834	-2.165	0.225	1.184	-0.450	-2.176
1372Q4	-6.009	-4.540	-2.989	-3.748	-2.816	-3.351	-7.324
1373Q1	-4.043	-1.721	0.195	-1.043	-0.077	-1.450	-5.116
1373Q2	1.864	2.115	2.213	5.259	6.291	3.206	1.031
1373Q3	-1.524	-0.806	-0.595	1.732	2.730	0.435	-2.279
1373Q4	-3.640	-2.125	-2.251	-0.681	0.291	-0.569	-4.381
1374Q1	-7.381	-3.605	-2.894	-4.921	-3.996	-3.540	-8.407
1374Q2	-2.867	0.193	0.430	-0.803	0.153	-0.464	-3.165
1374Q3	0.467	1.805	1.495	1.736	2.707	0.942	0.457
1374Q4	2.393	1.683	0.823	2.577	3.547	1.787	2.511
1375Q1	-0.320	-0.897	-1.253	-1.096	-0.167	-0.687	0.023
1375Q2	1.154	-0.178	0.317	0.118	1.052	0.348	1.614
1375Q3	0.672	-0.579	-0.210	-0.538	0.388	-0.375	1.242
1375Q4	2.859	0.526	1.020	1.592	2.536	1.530	3.397
1376Q1	-0.502	-1.669	-1.229	-1.763	-0.848	-0.966	0.156
1376Q2	-0.029	-1.024	-1.057	-1.200	-0.278	-0.563	0.627
1376Q3	0.806	-0.288	0.443	-0.127	0.806	-0.169	1.437
1376Q4	2.926	0.758	0.853	2.072	3.029	1.627	3.443
1377Q1	-0.492	-1.548	-1.191	-1.198	-0.269	-0.862	0.090
1377Q2	0.330	-0.743	-0.056	-0.350	0.590	-0.062	0.867
1377Q3	-0.493	-0.952	-0.529	-0.917	0.021	-0.870	0.001
1377Q4	2.317	0.778	0.648	2.524	3.499	1.600	2.700
1378Q1	0.713	-0.480	-0.594	1.350	2.318	0.964	1.105
1378Q2	-3.549	-2.749	-2.317	-2.611	-1.676	-2.198	-3.306
1378Q3	-0.593	-0.111	0.506	0.750	1.719	0.614	-0.262
1378Q4	-2.715	-1.096	-0.854	-1.301	-0.350	-1.081	-2.469
1379Q1	-1.706	-0.166	-0.547	-0.402	0.559	0.009	-1.433
1379Q2	-1.523	0.026	-0.468	-0.303	0.657	-0.290	-1.257
1379Q3	-0.865	0.345	-0.741	0.336	1.302	-0.117	-0.603
1379Q4	0.687	1.007	0.446	1.949	2.931	1.111	0.926
1380Q1	-2.019	-0.857	-1.196	-0.779	0.177	-0.776	-1.839
1380Q2	-0.250	0.413	0.243	1.071	2.045	0.651	-0.070

تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید با تأکید بر رهیافت های ... ۱۶۳

1380Q3	-0.290	0.347	-0.328	1.060	2.033	0.878	-0.146
1380Q4	-6.570	-3.153	-2.600	-5.347	-4.437	-4.475	-6.912
1381Q1	1.763	2.719	2.502	2.823	3.810	2.613	1.818
1381Q2	0.201	1.082	0.365	0.860	1.823	0.606	0.265
1381Q3	-3.206	-1.267	-1.497	-3.107	-2.186	-2.635	-3.264
1381Q4	0.613	1.352	0.904	0.237	1.184	-0.152	0.640
1382Q1	5.316	3.415	2.219	4.506	5.489	3.612	5.058
1382Q2	0.097	-0.676	-1.235			-0.874	0.080
1382Q3	-0.367	-0.738	-0.758			-1.059	-0.427
1382Q4	-0.006	-0.035	-0.130			-0.967	-0.107
1383Q1	3.834	2.165	1.850			2.482	3.551
1383Q2	0.132	-0.522	-0.297			-0.809	-0.066
1383Q3	0.682	-0.037	0.164			-0.214	0.429
1383Q4	-0.710	-0.580	-0.106			-1.568	-1.016
1384Q1	3.621	2.040	2.172			2.278	3.160
1384Q2	1.331	0.158	0.484			0.161	0.929
1384Q3	0.830	-0.202	0.128			0.147	0.413
1384Q4	0.500	-0.184	0.021			0.489	0.087
1385Q1	-1.991	-1.293	-1.150			-0.432	-2.419
1385Q2	-2.438	-0.862	-0.792			-0.242	-2.818
1385Q3	-2.729	-0.448	-0.048			-0.224	-3.015
1385Q4	1.335	2.065	1.995			3.658	1.258
1386Q1	-0.521	0.349	0.293			1.090	-0.410
1386Q2	0.995	0.950	0.649			2.272	1.289
1386Q3	-2.657	-1.305	-1.415			-1.712	-2.205
1386Q4	2.891	2.195	2.101			4.267	3.505

نتایج به دست آمده نشان می دهد که ۳ رهیافت هدریک - پرسکات ، فضای- حالت و فیلتر کالمن ، فیلتر روتمبرگ نتایج نسبتاً مشابهی را ارائه می کنند (پانل فوقانی نمودار شماره ی هشت را ببینید). درضمن دو رهیافت باکستر-کینگ و رهیافت کریستیانو- فیتزجرالد هم نتایج مشابهی دارند ولی به لحاظ ماهیت شیوه ی فیلترینگ مشاهدات ابتدایی و انتهایی در این روش ها حذف می شوند، (پانل میانی نمودار شماره ی هشت را ببینید). تجزیه ی تک متغیره و چند متغیره ی بورچ - نلسن نیز نتایج مشابهی را ارائه می کنند، (پانل پایینی نمودار شماره ی هشت را ببینید).

نمودار شماره ی هشت - مقایسه ی نتایج ۷ روش متفاوت فیلترینگ



در هر پیش بینی، هر داده حاوی اطلاعات مهمی است که با عدم لحاظ آن، آن اطلاعات از دست می رود. از این رو رهیافت هایی که در پیش بینی مشاهداتی را از دست می دهند، برتری ندارند. از همین رو مطابق پانل فوقانی نمودار شماره ی یازده، رهیافت های هدریک - پرسکات، فضای- حالت و فیلتر کالمن، فیلتر روتمبرگ که نتایج نسبتاً مشابهی را ارائه می کنند، می توانند مورد استفاده قرار گیرند. در این بین رهیافت فضای- حالت و فیلتر کالمن که یک روش پارامتری است محققین را درگیر با محاسبات و تخمین های نسبتاً پیچیده می کند، حال آن که دو روش فیلتر هدریک - پرسکات و

فیلتر روتمبرگ که رهیافت های ناپارامتری هستند با توجه به پیشرفت در نرم افزارهای اقتصادسنجی می توانند به سادگی مورد استفاده قرار گیرند .

یادداشت ها :

- ۱- اثبات روابط این بخش برگرفته از (D,S. Pollock (1997 است.
- ۲- اثبات ارائه شده در این بخش برگرفته از (Enders(2004 است.
- ۳- به پیروی از واژه نامه ی آمار و ریاضی ، در مقاله ی حاضر Integration را جمع بستگی و Co-integration را هم جمع بستگی در نظر گرفته ایم، گرچه امروزه واژه هایی مانند جمعی (هم جمعی)، انباشته (هم انباشته)، همگرایی و ... نیز مورد استفاده قرار می گیرد.

منابع و مأخذ :

- Abassi Nejad, H & H, Kavand(2007)« An Estimation of the Iranian Productivity With Kalman Filter», *Quarterly Iranian Economy Research*, Volume 1301, Summer (In Persian)
- Adams, C P Fenton and F Larsen (1986)«Differences in Employment Behavior among Industrial Countries,» *Staff Studies for the World Economic Outlook*, World Economic and Financial Surveys, Washington: International Monetary Fund.
- Hozhaber,K, K & A, Boghozian(1977)« A Procedure For estimation of Capital Stock for Different Sectors of Economy in Iran» , *Eghtesad , Journal of school of Economics & political Science* , No 6 Spring (In Persian)
- Khalesi, A & S. S. Namini(2005)« The Determination of Seasonal Output Gap & Effects of Nominal Variable on it, VAR

Model (Case Study: Iran)» *Quarterly Iranian Economy, Research*, Volume 202, spring, pp 67-94 (In Persian)

- Beveridge, S., and C.R.Nelson (1981)« A New Approach to the Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycle», *Journal of Monetary Economics* 7,151-172.
- Cerra, V, and S, C, Saxena (2000) *Alternative Methods of estimation Potential Output and the Output Gap: An Application to Sweden* ,IMF Working Paper, WP/00/59.
- Chochrane, John, H (2005) *Time Series for Macroeconomics and Finance*, Chicago University Press.
- Christophe, Schleicher (2003) *Essays on The Decomposition of Economic Variable*, Unpublished, A Thesis Submitted In Partial Fulfillment Of The Requirements For The Degree Of Doctor Of Philosophy, Department of Economics, University of British Columbia.
- Coe, D, T. & T Krueger (1990) *Why is Unemployment So High at Full Capacity? The Persistence of Unemployment, the Natural Rate, and Potential Output in the Federal Republic of Germany*, IMF Working Papers 90/101, International Monetary Fund.
- Enders, W (2004) *Applied Econometric Time Series*, 2nd Edition, New York, John Wiley.
- Everts, M (2006) *Band-Pass Filter*, University of Bern.
- Favero, A. Carlo (2001) *Applied Macroeconometrics*, Oxford University Press.

- Gavrilenkov, E, V, Koen (1995) *How Large Was the the Output Collapse in Russia? Alternative Estimates and Welfare Implications*, Staff Studies for the World Economic Outlook.
- Giorno, C. P, Richardson, D. Roseveare and P. Van der Nood (1995) « Estimating Potential Output, Output Gaps and structural Budget Balances», *OECD Economic Department*, working Paper No 3.
- Harvey A. C. and A .Jaeger(1993)« Deterendng, Stylized Facts and the Business Cycles» *Journal of Applied Econometrics*, Vol , 8.
- Hayashi, Fumio (2006) *Econometrics*, Princeton University Press.
- Heijdra, B, j. and F Van der, Ploeg, (2002) *Foundations of Modern Macroeconomics*, Oxford University Press.
- Hodrick, R. J. and Prescott, E. C(1980) *Post-war U.S. business cycles: An empirical investigation*. Discussion Paper 451, Carenegie-Mellon University, 1980.
- Hodrick, R. J. and Prescott, E. C(1997) «Post-war U.S. business cycles: An empirical investigation» *Journal of Money, Credit and Banking* 29 (1), Feb, 1-16.
- Morley, J. C, Nelson, C. R, & Zivot, E. (2002) *Why are Beveridge – Nelson and Unobserved components decompositions of GDP so different?*, Review of Econometrics and statistics.

- Pollock, D.S.G.(1997) «Data transformation and de-trending in econometrics, in: Christian Heij, et al. (Eds.)», *System Dynamics in Economic and Financial Models*, Wiley, New York, pp. 327-362, (Chapter 11)
- Rotemberg, J, J. (1998) *A Model for Decomposing Time Series into Trend and Cycle Components*, Harward Business School.
- Sorenen, P, B and Whitta-Jacobsen, H J (2005) *Introducing advanced Macroeconomics: Growth and Business Cycles*,Mc-Graw Hill.
- Zivot , E. , J. Wang (2006) *Modeling Financial Time Series With S-plus* , Second Edition , Springer .

پیوست الف : برنامه ی تجزیه ی بوریج نلسن تک متغیره در نرم افزار S-plus

```

Ndecomposition2.ssc      Beveridge-Nelson decomposition
estimation of ARIMA(2,1,2) for log real GDP and BN decomposition

= as.matrix(lngdpq(
s = nrow(lny(
y = diff(lny(

y.dm = dlly - mean(dlly(

create timeSeries object
= timeSeq(from="1/1/1367",to="1/1/1385",by="quarters("
.ts = timeSeries(data=lly,positions=td(
.ts@title = "Log Postwar Quarterly Real GDP"
y.ts = diff(lny.ts(
y.ts.dm = dlly.ts - mean(dlly.ts(

plot data

(mfrow=c(2,1((
t(lny.ts,main="Log Postwar Quarterly Real GDP("
t(diff(lny.ts),main="Quarterly Growth Rate("

create state space model for ARMA(2,2(

a22.mod = function(parm) {
  phi.1 = parm[1[
  phi.2 = parm[2[
  theta.1 = parm[3[
  theta.2 = parm[4[
  sigma2 = exp(parm[5[ #require positive variance
  ssf.mod = GetSsfArma(ar=c(phi.1,phi.2),ma=c(theta.1,theta.2,(
                                sigma=sqrt(sigma2((
  CheckSsf(ssf.mod(

Estimation by mle
use arima.mle to get starting values?

a22.start = c(1.34,-0.70,-1.05,0.51,-0.08(
es(arma22.start) = c("phi.1","phi.2","theta.1","theta.2","ln.sigma2("
a22.mle = SsfFit(arma22.start,dlly.ts.dm,"arma22.mod("
a22.mle
mary(arma22.mle(
(arma22.mle$parameters["ln.sigma2(["

residual diagnostics from Kalman filter
show ACF plot: option 6

arma22 = KalmanFil(dlly.ts.dm,
a22.mod(arma22.mle$parameters((
ss(kf.arma22(
es(kf.arma22(
t(kf.arma22(

BN decomposition

.arma22 = arma22.mod(arma22.mle$parameters(
teredEst.arma22 = SsfMomentEst(dlly.ts.dm,
.arma22,task="STFIL("
t = filteredEst.arma22$state.moment
at = ssf.arma22$mPhi[1:3,1:3[
t = t(T.mat**%solve((diag(3)-T.mat))%*t(at.t((
t = lny[2:nobs,] + tmp[,1[
= lny[2:nobs,] - BN.t

```

```
create timeSeries objects and plot

ts = timeSeries(data=BN.t,positions=filteredEst.arma22$positions(
s = 100*(lny.ts - BN.ts)/BN.ts
(mfrow=c(2,1)(
t(lny.ts,BN.ts,main=" Real GDP and BN Potential Output",reference.grid=F(
t(c.ts,main="BN GAP-Output",reference.grid=F(
```

تذکر : برای اجرای این اسکریپت در نرم افزار *S-plus* ابتدا باید ماژول *finmetrics* را فراخوانی کرده باشید.

پیوست ب : برنامه ی تجزیه ی بوریج نلسن چند متغیره در نرم افزار EViews

```
' CALCULATE MULTIVARIATE BEVERIDGE NELSON TRENDS

' ===== STAGE 1: CREATE MATRICES AS IN GRW =====

table(1,1) grw_title
setcolwidth(grw_title,1,90)
grw_title(1,1)="Multivariate Beveridge Nelson Trends"

' ==COLLECT COEFFICIENTS FROM EIEWS AND CREATE MATRICES AS IN GRW EQ (4)

matrix coefmat=var1.@coefmat

' =CREATE COINTEGRATING VECTORS AS IN EIEWS (INC CONSTANTS) =====

'NB: LAST ROW IS COINTEGRATING CONSTANTS

matrix cointvec=var1.@cointvec

' =====DIMENSIONS OF SYSTEM =====
'NUMBER OF VARIABLES
scalar grw_n=var1.@neqn
scalar grw_big=var1.@totalobs/grw_n
'NUMBER OF COINTEGRATING RELATIONS
scalar grw_r=@columns(cointvec)
scalar grw_p=(@rows(coefmat)-grw_r-1)/grw_n
matrix(1,4) dimensions
dimensions(1,1)=grw_n
dimensions(1,2)=grw_big
dimensions(1,3)=grw_r
dimensions(1,4)=grw_p

grw_title(1,1)=" No of variables, observations, cointegrating relations, lagged differences"
matrix(grw_n,grw_r) alpha=@transpose(@subextract(coefmat,1,1,grw_r,grw_n))

' =====CREATE BETA =====
matrix(grw_n,grw_r) beta=@subextract(cointvec,1,1,grw_n,grw_r)
' =====CREATE PSI =====
matrix(grw_n,1) psi1=@transpose(@rowextract(coefmat,grw_r+grw_n*grw_p+1))
matrix(grw_n,1) psi2=@transpose(@rowextract(cointvec,grw_n+1))
matrix psi=psi1+alpha*psi2
' ===== CREATE BIGPHI =====
matrix(grw_n*grw_p,grw_n*grw_p) bigphi
matrix bigphishuffled = @transpose(@subextract(coefmat,grw_r+1,1,grw_n*grw_p+grw_r,grw_n))

for !i = 1 to grw_n
for !j= 1 to grw_n
for !k=1 to grw_p
bigphi(!i,!k-1)*grw_n+!j)=bigphishuffled(!i,!k+grw_p*(!j-1))
```

تخمین تولید بالقوه و شکاف تولید با تأکید بر رهیافت های ... ۱۷۱.....

```

next
next
next

matrix i_n=@identity(grw_n)
for !k=1 to grw_p-1
matplace(bigphi,i_n, !k*grw_n+1,(!k-1)*grw_n+1)
next

' =====CREATE BIGALPHA, BIGBETA, BIGPSI =====
matrix(grw_n*grw_p,grw_r) bigbeta
matplace(bigbeta,beta,1,1)

matrix(grw_n*grw_p,grw_r) bigalpha
matplace(bigalpha,alpha,1,1)

matrix(grw_n*grw_p,1) bigpsi
matplace(bigpsi,psi,1,1)

' ==STAGE 2 CREATE DATA AND RESIDUALS AS MATRICES =====
var1.makeendog endog
matrix variables=@convert(endog)
matrix(grw_bigt+1,grw_n*grw_p) bigvariables

for !i=1 to grw_bigt+1
for !k=1 to grw_p
for !j=1 to grw_n
bigvariables(!i,(!k-1)*grw_n+!j)=variables(!i+grw_p+1-!k,!j)
next
next
next

matrix(grw_bigt,grw_n*grw_p) grw_bigx
matrix(grw_bigt,grw_n*grw_p) grw_bigdx
for !i=1 to grw_bigt
for !j=1 to grw_n*grw_p
grw_bigx(!i,!j)=bigvariables(!i+1,!j)
grw_bigdx(!i,!j)=bigvariables(!i+1,!j)-bigvariables(!i,!j)
next
next

matrix grw_bigx=@transpose(grw_bigx)
matrix grw_bigdx=@transpose(grw_bigdx)

matrix grw_x=@subtract(grw_bigx,1,1,grw_n,grw_bigt)

'=====STAGE 3 CREATE ALPHA_INFINITY AND PHI_INFINITY (AS IN GRW EQ (9)) =====
scalar grw_bign=grw_n*grw_p
matrix(grw_bign+grw_r,grw_bign+grw_r) grw_a
matplace(grw_a,bigphi,1,1)
matplace(grw_a,@transpose(bigbeta)*bigphi,grw_bign+1,1)
matplace(grw_a,bigalpha,1,grw_bign+1)
matplace(grw_a,@identity(grw_r)+@transpose(bigbeta)*bigalpha,grw_bign+1,grw_bign+1)
matrix(grw_n,grw_bign+grw_r) grw_j
matplace(grw_j,@identity(grw_n))
matrix grw_b_infinity=grw_j*grw_a*@inverse(@identity(grw_bign+grw_r)-grw_a)
matrix grw_phi_infinity=@subtract(grw_b_infinity,1,1,grw_n,grw_bign)
matrix grw_alpha_infinity=@subtract(grw_b_infinity,1,grw_bign+1,grw_n,grw_bign+grw_r)

'THESE CHECK CONDITIONS IN GRW EQNS (12) AND (13) ARE SATISFIED
matrix check_phi_infinity=@transpose(beta)*grw_phi_infinity ' SHOULD EQUAL ZEROES
matrix check_alpha_infinity=@transpose(beta)*grw_alpha_infinity 'SHOULD EQUAL -IDENTITY

matrix phi_1_to_p=@subtract(bigphi,1,1,grw_n,grw_n*grw_p)
grw_title(1,1)="PHI_1 TO PHI_P: coefficients on lagged differences"

```

```
' ===STAGE 4 CREATE Demeaned Elements of Y =====
matrix(grw_bign+grw_r,1) yconsts
matplace(yconsts,bigpsi,1,1)
matplace(yconsts,@transpose(bigbeta)*bigpsi,grw_bign+1,1)
matrix allconsts=@inverse(@identity(grw_bign+grw_r)-grw_a)*yconsts
matrix grw_bigg=@subextract(allconsts,1,1,grw_bign,1)
matrix grw_kappa=@subextract(allconsts,grw_bign+1,1,grw_bign+grw_r,1)

matrix grw_bigdx_tilde=grw_bigdx-grw_bigg*@transpose(@filledvector(grw_bigt,1))
matrix grw_crs_tilde=@transpose(bigbeta)*grw_bign-grw_kappa*@transpose(@filledvector(grw_bigt,1))

' ===STAGE 5 CREATE Trends and Convert Trends and (Truncated) Series to
matrix grw_xhat=grw_x+grw_alpha_infinity*grw_crs_tilde+grw_phi_infinity*grw_bigdx_tilde
matrix(grw_bigt+grw_p+1,grw_n) grw_xv
matplace(grw_xv,@transpose(grw_x),grw_p+2,1)
mtos(grw_xv,grw_actualls)
matrix(grw_bigt+grw_p+1,grw_n) grw_xhatv
matplace(grw_xhatv,@transpose(grw_xhat),grw_p+2,1)
mtos(grw_xhatv,grw_bn_trends)
=====

smpl 1368q1 1386q4
group group1 gdp ser03
series cyclical
cyclical=100*(gdp-ser03)/ser03
group group2 cyclical

graph g3.line group1
g3.setelem(1) legend(Actual Output)
g3.setelem(2) legend(Potential Output)
g3.options size(6,2)
g3.legend position(0.5,0) -inbox
graph g2.line group2
g2.setelem(1) legend(Gap Output)
g2.options size(6,2)
g2.legend position(0.5,0) -inbox
graph mygraph.merge g3 g2
mygraph.addtext(t) Multivariate Beveridge- Nelson Decomposition for Macroeconomic Time Series
show mygraph
```

تذکر: برای اجرای این اسکریپت در نرم افزار *EViews* ابتدا باید متغیرهایی را که می خواهید تجزیه کنید، در یک آبجکت با نام *var1* در فایل کاری ایجاد کنید.